

京都大学工学部 学生員 ○長尾 文平
 京都大学大学院工学研究科 正会員 嶋本 寛
 京都大学経営管理大学院 正会員 宇野 伸宏

1. はじめに

全世界では、自然災害やテロにより道路ネットワークの一部が機能不全に陥り、甚大な被害を受けることが少なくない。機能不全を未然に予防するための道路への投資が求められるため、本研究では先行研究^{1,2)}で提案されているゲーム理論をベースにしたリスク回避型利用者均衡モデルを拡張して、機能不全による影響を抑制するための最適なリンク補強箇所決定モデルを構築し、簡易なネットワークで数値計算を行い、基礎的な検討を加える。

2. 補強リンク決定モデルの構築

2.1 モデルの概要

本研究で構築するモデルは、「最悪の状況を想定して、そのときの被害を最小化する」リンク補強戦略を求めるものである。すなわち、リスク回避型利用者均衡モデルで仮定する demon, driver に加えて、”planner”を新たに仮定し、3主体がそれぞれ非協力に戦略を決めると仮定して、Nash 均衡状態を求めるものである。それぞれの主体の役割は以下に示す通りである。

demon : 被害を最大化するようにリンクを攻撃する主体。最悪の事態を表している。本研究では demon がリンクを攻撃すると、当該リンクの交通容量が低下すると考える。

planner : 被害を最小化するようにリンクを補強する主体。道路管理者に相当する。本研究では、planner が補強すると demon の攻撃の影響を小さくすると仮定する。

driver : 移動コストが最小になるようにネットワーク上を移動する主体。道路利用者に相当する。

なお、本研究における「被害」を driver の総移動コストとして定義する。以下では、demon, planner はそれぞれ M 人、 N 人存在するとして、demon m がリンク l_m を攻撃する確率、planner n がリンク h_n を防御する確率をそれぞれ $p_{l_m}^m, q_{h_n}^n$

とする。さらに、それぞれの demon, planner が攻撃、防御するリンクの組み合わせ $u = (l_1, \dots, l_m, \dots, l_M, h_1, \dots, h_n, \dots, h_N)$ を、シナリオと表すものとする。シナリオ u の実現確率は $p_{l_m}^m, q_{h_n}^n$ のすべての要素の積で表される。また、driver はそれぞれの OD ペアに Q_{rs} 人存在すると仮定する。

demon が攻撃すると当該リンクの交通容量が低下し、planner が補強すると demon の攻撃の影響を小さくする。なお、複数の demon が同一のリンクを攻撃した場合は、当該リンク交通容量は 1 demon あたり一定値だけ減少し、同様に複数の planner が同一のリンクを補強した場合は、攻撃による影響は planner の数に応じて減少するものとする。また、demon の数は想定する災害の規模、planner の数は道路管理者が準備できる予算規模と見なすことができる。

2.2 モデルの定式化

本研究では、Szeto et al.²⁾と同様に demon, planner, driver それぞれの Nash 均衡状態を以下のような相補性条件として表現する。

Demon の均衡状態 ($m=1, \dots, M, l_m \in A$)

$$p_{l_m}^m \left\{ \begin{array}{l} \max_{w_m} \sum_{l_q \in A} \sum_{h_q \in A} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u_{l(m)=w(m)}) f_k^{rs} \right] \\ - \sum_{l_q \in A, q \neq m} \sum_{h_q \in A} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \end{array} \right\} = 0$$

$$\max_{w_m} \sum_{l_q \in A} \sum_{h_q \in A} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u_{l(m)=w(m)}) f_k^{rs} \right] - \sum_{l_q \in A, q \neq m} \sum_{h_q \in A} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \geq 0$$

Planner の均衡状態 ($n=1, \dots, N, h_n \in A$)

$$q_{h_n}^n \left\{ \begin{array}{l} \sum_{l_m \in A} \sum_{m=1, \dots, M} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega, k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \\ - \min_{v_m} \sum_{l_m \in A} \sum_{m=1, \dots, M} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega, k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \end{array} \right\} = 0$$

$$\sum_{\substack{l_m \in A \\ m=1, \dots, M}} \sum_{\substack{h_q \in A \\ q \neq n}} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right]$$

$$- \min_{\substack{v_m \in A \\ m=1, \dots, M}} \sum_{\substack{h_q \in A \\ q \neq n}} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \geq 0$$

Driverの均衡状態 ($\forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs}$)

$$f_k^{rs} \left[\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u - \min_k \left(\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u \right) \right] = 0$$

$$\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u - \min_k \left(\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u \right) \geq 0$$

ただし、 $c_k^{rs}(\mathbf{x}, u)$ はリンクフロー \mathbf{x} 、シナリオ u におけるODペア rs の経路 k の経路コストであり、以下に示すリンクコストの線形和として表現可能である。

$$t_a(x_a, u) = t_{a0} \left[1 + \alpha \left(\frac{x_a}{TC_a - \left[\prod_{n=1}^N (1 - \gamma \lambda_a^{h_n}) \right] \sum_{m=1}^M \eta_a^{l_m} t_{c_a}} \right)^\beta \right]$$

ただし、 t_{a0} は自由旅行時間、 TC_a はリンク a の交通容量、 t_{c_a} はdemon 1人あたりの攻撃により低下する交通容量、 $\eta_a^{l_i}$ はdemon i がリンク a を攻撃した場合は1、そうでない場合は0を取る変数、 $\lambda_a^{h_i}$ はplanner i がリンク a を補強した場合は1、そうでない場合は0を取る変数を表している。また、 γ ($0 \leq \gamma < 1$)は補強の効果を表すパラメータであり、 $\gamma=0$ は補強の効果が全く発揮されないことを、 $\gamma=1$ は補強の効果が最大限発揮されることを表している。紙面の都合上詳細は省略するが、上記に示した相補性条件を変分不等式問題として再定式化して、緩和法をベースにしたアルゴリズムを用いて解くことにより、最適な補強確率 \mathbf{q} を求めることができる。

3. 数値計算例

以下では、図3.1に示すネットワークを用いた数値計算例を示す。パラメータ設定には、 t_{a0} はリンク4、7は10、その他のリンクは30、 TC_a はリンク3、9は40、その他のリンクは60、 $t_{c_a}=10$ 、BPR関数は $\alpha=0.2$ 、 $\beta=4$ と設定した。また、交通需要はノード1から2に100、1から4に150、2から3に100とした。以下では、 $M=2$ 、 $N=1$ に固定して分析をすすめる。

まず、 $\gamma=1$ の場合の攻撃確率、補強確率、交通量の結果を図3.1に示す。demon1、demon2ともリンク3の攻撃確率が高いが、リンク3はリンク容量 (TC_a) が最小で、かつ交通量の多いリンクである。また、plannerはdemonの攻撃が予

想されるリンクを補強しているといえる。次に、図3.2に γ と総移動コストの関係を示す。定義より、 γ が大きくなるにつれて補強の効果が大きくなるが、それに従い総移動コストが小さくなっていることがわかる。

4. おわりに

本研究では、ゲーム理論を用いたリスク回避型利用者均衡モデルをベースに、災害等による機能不全の影響を最小化するための補強箇所決定モデルを構築した。今後はより詳細な分析を行いたい。

参考文献

- 1) Bell, M. G. H. and C. Cassir: Risk-averse user equilibrium traffic assignment: an application of game theory, Transportation Research, 36B, 671-681, 2002.
- 2) W.Y. Szeto, Liam O'Vuieb, Margaret O'Mahony : Generalization of the risk-averse traffic assignment, Proceedings of the 17th ISTTT, Elsevier: Oxford, 127-155.

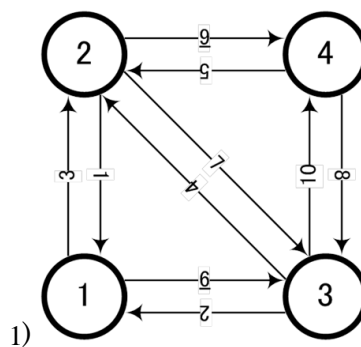


図3.1 仮想ネットワーク

表3.1 $\gamma=1$ における攻撃確率、補強確率

リンク番号	攻撃確率	補強確率	交通量	総移動コスト	
1	0	0	0	81951	
2	0	0	0		
3	0.9756	0.9756	0.9756		100.3591
4	0	0	0		56.0935
5	0	0	0		0
6	0.0244	0.0244	0.0244		149.6409
7	0	0	0		100.0004
8	0	0	0		0
9	0	0	0		56.4522
10	0	0	0		93.5478

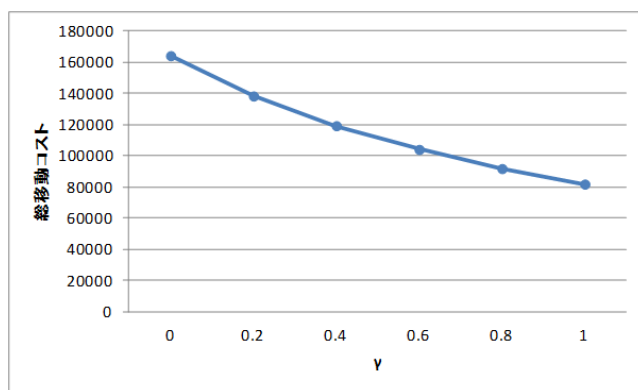


図3.2 γ に対する総移動コストの変化