第IV部門　サプライチェーンと交通を考慮した多期間スーパーネットワーク均衡モデル

京都大学工学部　学生員　○前田　晃佑
京都大学大学院工学研究科　正会員　山田　忠史
京都大学大学院工学研究科　フェロー　谷口　栄一

1. 研究の背景と目的

商品の生産，流通，消費は，サプライチェーンネットワーク(SCN: Supply Chain Network)上で営まれるが，商品の流動は交通ネットワーク上で行われる．それゆえ，サプライチェーンと交通の双方を統合したスーパーネットワーク上で，商品の取引や活動主体の行動を記述することは，行政側が物資流動発生メカニズムや物流施策の効果を適切に把握することに寄与するだけでなく，企業側の施策理解にもつながる．

SCN 上の各主体の行動と交通ネットワーク上の交通状態の相互作用を考慮して，スーパーネットワーク上で生じる現象を記述する方法として，SC-T-SNE (Supply Chain-Transport Supernetwork Equilbrium)モデル [1)]が提案されている．本研究では，スーパーネットワーク上の動的な環境変化，すなわち，生産容量，商品需要，利用可能な交通経路などが継時的に変化する状況を想定して，SC-T-SNE モデルを多期間モデルに拡張する．

2. 定式化

離散的な時間軸上での対象計画期間を T とし，計画期間内の各期間を $t,(t=1,\dots,T)$ とする．また，交通ネットワーク上のノード集合を V，リンク集合を A とする．このとき，寡占的で単一の流通段階を有する SCN が，交通ネットワーク $G(V,A)$ 上に Y 種類存在しており，それぞれ異なった商品 y を供給するものとする．

商品 y の SCN 上には，I^y 個の製造業者，J^y 個の卸売業者，K^y 個の小売業者，H^y 個の物流業者が存在し，L 個の消費市場で Y 種類の商品が消費される．各 SCN 上の製造業者，卸売業者，小売業者，および，消費市場が交通ネットワーク上のノードに存在し，各主体間の取引に伴い，各ノードから貨物車交通が発生・集中する．また，各ノードから貨物車交通以外の交通（以下，乗用車交通とする）も発生・集中する．これらすべての交通の起点集合を $R\subseteq V$，終点集合を $S\subseteq V$ とする．

(1) 製造業者

$E_t^{1y}\left(=E_{ti^yj^y}\right)$ を期間 t における交通ネットワーク上の OD ペア (i^y,j^y) $\left(i^y\in R,\, j^y\in S\right)$ 間の経路集合とし，OD ペア (i^y,j^y) 間の経路 $p_t^{1y}\left(=p_{ti^yj^y}\right)\in E_t^{1y}$ について $\dim p_t^{1y}=e_t^{1y}$ とする．期間 t において，$\rho^1_{ti^yj^y}$ を製造業者 i^y から卸売業者 j^y への販売価格，$q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}$ を物流業者 h^y が交通ネットワーク上の経路 p_t^{1y} を通って i^y から j^y へ輸送する商品量，q_{ti^y} を i^y の生産量，o_{ti^y} を期間 t+1 に持ち越す i^y の在庫量（ただし，$o_{0i^y}=0$），$\rho^1_{th^yi^yj^y}$ を i^yj^y 間の輸送における h^y の運賃，π_{ti^y} を i^y の生産容量とする．$f_{ti^y}\left(\tilde{Q}_t^{1y}\right)$，$g_{ti^y}\left(\tilde{Q}_t^{1y},O_{t-1}^{1y}\right)$，$s_{ti^y}\left(O_t^{1y}\right)$ はそれぞれ，i^y の生産費用，施設費用，在庫費用であり，$c_{ti^yj^y}\left(Q_t^{1y}\right)$ は i^yj^y 間の取引費用である．なお，$\tilde{Q}_t^{1y}$ は q_{ti^y} を要素とする I^y 次元ベクトル，O_t^{1y} は o_{ti^y} を要素とする I^y 次元ベクトル，Q_t^{1y} は $q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}$ を要素とする $H^yI^yJ^ye_t^{1y}$ 次元ベクトルとする．

以上のような設定の下，製造業者 i^y の行動は，計画期間 T における利潤の総和の最大化を目的とし，以下のように定式化できる．式中の*は最適解を表す．

$$\begin{aligned}\text{Max}\ &\sum_{t=1}^{T}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{ti^yj^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}}q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}-\sum_{t=1}^{T}f_{ti^y}\left(\tilde{Q}_t^{1y}\right)-\sum_{t=1}^{T}g_{ti^y}\left(\tilde{Q}_t^{1y},O_{t-1}^{1y}\right)\\&-\sum_{t=1}^{T}s_{ti^y}\left(O_t^{1y}\right)-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j^y=1}^{J^y}c_{ti^yj^y}\left(Q_t^{1y}\right)-\sum_{t=1}^{T}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{th^yi^yj^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}}q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}\end{aligned}\tag{1}$$

$$\text{subject to}\quad o_{(t-1)i^y}+\tilde{q}_{ti^y}\geq\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}}q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}+o_{ti^y}\tag{2}$$

$$\tilde{q}_{ti^y}\leq\pi_{ti^y}\tag{3}$$

$$q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}\geq 0\ \forall t,h^y,j^y,p_t^{1y},\quad \tilde{q}_{ti^y}\geq 0\ \forall t,\quad o_{ti^y}\geq 0\ \forall t\tag{4}$$

(2) 卸売業者

$E_t^{2y}\left(=E_{tj^yk^y}\right)$ を期間 t での交通ネットワーク上の OD ペア (j^y,k^y) $\left(j^y\in R,\, k^y\in S\right)$ 間の経路集合とし，OD ペア (j^y,k^y) 間の経路 $p_t^{2y}\left(=p_{tj^yk^y}\right)\in E_t^{2y}$ について $\dim p_t^{2y}=e_t^{2y}$ とする．期間 t において，$\rho^2_{tj^yk^y}$ は卸売業者 j^y から小売業者 k^y への販売価格，$q^{p_t^{2y}}_{th^yj^yk^y}$ は物流業者 h^y が交通ネットワーク上の経路 p_t^{2y} を通って j^yk^y 間を輸送する商品量，o_{tj^y} は j^y の期間 t+1 に持ち越す在庫量（$o_{0j^y}=0$），$\rho^2_{th^yj^yk^y}$ は j^yk^y 間の輸送における h^y の運賃である．$c_{tj^y}\left(Q_t^{1y}\right)$，$g_{tj^y}\left(Q_t^{1y},O_{t-1}^{2y}\right)$，$s_{tj^y}\left(O_t^{2y}\right)$ をそれぞれ，j^y の保管費用，施設費用，在庫費用とし，$c_{tj^yk^y}\left(Q_t^{2y}\right)$ を j^yk^y 間の取引費用とする．O_t^{2y} は o_{tj^y} を要素とする J^y 次元ベクトル，Q_t^{2y} は $q^{p_t^{2y}}_{th^yj^yk^y}$ を要素とする $H^yJ^yK^ye_t^{2y}$ 次元ベクトルとする．

このとき，卸売業者 j^y の行動は，計画期間 T での総利潤の最大化を目的とし，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\text{Max}\ &\sum_{t=1}^{T}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{tj^yk^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}}q^{p_t^{2y}}_{th^yj^yk^y}-\sum_{t=1}^{T}c_{tj^y}\left(Q_t^{1y}\right)\\&-\sum_{t=1}^{T}g_{tj^y}\left(Q_t^{1y},O_{t-1}^{2y}\right)-\sum_{t=1}^{T}s_{tj^y}\left(O_t^{2y}\right)-\sum_{t=1}^{T}\sum_{k^y=1}^{K^y}c_{tj^yk^y}\left(Q_t^{2y}\right)\\&-\sum_{t=1}^{T}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{th^yj^yk^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}}q^{p_t^{2y}}_{th^yj^yk^y}-\sum_{t=1}^{T}\sum_{i^y=1}^{I^y}\rho^{1*}_{ti^yj^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}}q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}\end{aligned}\tag{5}$$

$$\text{subject to}\quad o_{(t-1)j^y}+\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}}q^{p_t^{1y}}_{th^yi^yj^y}\geq\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}}q^{p_t^{2y}}_{th^yj^yk^y}+o_{tj^y}\tag{6}$$

Kosuke MAEDA, Tadashi YAMADA, and Eiichi TANIGUCHI　k.maeda@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp

$$q^{p_t^{1y}}_{th^y i^y j^y} \geq 0 \forall t, h^y, i^y, p_t^{1y}, q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y} \geq 0 \ \forall t, h^y, k^y, p_t^{2y}, o_{tj^y} \geq 0 \ \forall t \quad (7)$$

(3) 小売業者

$E_t^{3y}\left(=E_{tk^y l}\right)$を期間 t での交通ネットワーク上の OD ペア (k^y,l) $\left(k^y \in R, l \in S\right)$間の経路集合とし，OD ペア$(k^y,l)$間の経路 $p_t^{3y}\left(=p_{tk^y l}\right) \in E_t^{3y}$ について $\dim p_t^{3y} = e_t^{3y}$ とする．期間 t において，$\rho^3_{tk^y l}$ は小売業者 k^y から消費市場 l への販売価格，$q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l}$ は物流業者 h^y が交通ネットワーク上の経路 p_t^{3y} を通って $k^y l$ 間を輸送する商品量，o_{tk^y} は k^y の期間 t+1 に持ちこす在庫量（$o_{0k^y}=0$），$\rho^3_{th^y k^y l}$ は $k^y l$ 間の輸送における h^y の運賃とする．$c_{tk^y}\left(Q_t^{2y}\right), g_{tk^y}\left(Q_t^{2y}, O_{t-1}^{3y}\right)$，$s_{tk^y}\left(O_t^{3y}\right)$ はそれぞれ，j^y の保管費用，施設費用，在庫費用であり，$c_{tk^y l}\left(Q_t^{3y}\right)$ は $k^y\, l$ 間の取引費用である．なお，O_t^{3y} は o_{tk^y} を要素とする K^y 次元ベクトル，Q_t^{3y} は $q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l}$ を要素とする $H^y K^y L e_t^{3y}$ 次元ベクトルとする．

このとき，小売業者 k^y の行動は，計画期間 T での総利潤最大化を目的とし，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\mathrm{Max} & \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{tk^y l}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} - \sum_{t=1}^{T} c_{tk^y}\left(Q_t^{2y}\right) \\ & -\sum_{t=1}^{T} g_{tk^y}\left(Q_t^{2y}, O_{t-1}^{3y}\right) - \sum_{t=1}^{T} s_{tk^y}\left(O_t^{3y}\right) - \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L} c_{tk^y l}\left(Q_t^{3y}\right) \\ & -\sum_{t=1}^{T}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{th^y k^y l}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{2*}_{tj^y k^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}} q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y}\end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{subject to} \quad o_{(t-1)k^y} + \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}} q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y} \geq \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} + o_{tk^y} \quad (9)$$

$$q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y} \geq 0 \ \forall t, h^y, j^y, p_t^{2y}, \quad q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} \geq 0 \ \forall t, h^y, l, p_t^{3y}, \quad o_{tk^y} \geq 0 \ \forall t \quad (10)$$

(4) 消費市場

ρ_{tl}^{4y} は期間 t における消費市場 l での商品 y の価格，$d_{tl}(\rho_t^{4y})$ は l での商品 y の需要関数とする．ρ_t^{4y} は ρ_{tl}^{4y} を要素とする L 次元ベクトルである．

このとき，消費市場 l では，需要関数が連続であるとし，各期間について，以下の均衡条件（相補性条件）が成立すると仮定する．

$$\rho^{3*}_{tk^y l}\begin{cases} = \rho_{tl}^{4y*} & \text{if } q^{p_t^{3y}*}_{th^y k^y l} > 0 \\ \geq \rho_{tl}^{4y*} & \text{if } q^{p_t^{3y}*}_{th^y k^y l} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$d_{tl}^{y}(\rho_t^{4y*})\begin{cases} = \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}*}_{th^y k^y l} & \text{if } \rho_{tl}^{4y*} > 0 \\ \leq \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}*}_{th^y k^y l} & \text{if } \rho_{tl}^{4y*} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

(5) 物流業者

交通ネットワークとして道路ネットワークを想定し，乗用車交通の発生ノードを $r \in R$，集中ノードを $s \in S$ とし，OD ペア rs 間の期間 t での経路 $p_{trs} \in E_{trs}$（E_{trs} は期間 t での rs 間の経路集合）について，$\dim p_{trs} = e_t^5$ とする．期間 t において，$g_{th^y}(\bullet)$ は物流業者 h^y の施設費用，$C^{p_t^{1y}}_{th^y i^y j^y}(\bullet)$，$C^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y}(\bullet)$，$C^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l}(\bullet)$ はそれぞれ，経路 $p_t^{1y}, p_t^{2y}, p_t^{3y}$ における h^y の単位輸送量あたりの運行費用である．Q_t^1 は Q_t^{1y} を要素とする $\Sigma_{y=1}^{Y}(H^y I^y J^y e_t^{1y})$ 次元ベクトル，Q_t^2 は Q_t^{2y} を要素とする $\Sigma_{y=1}^{Y}(H^y J^y K^y e_t^{2y})$ 次元ベクトル，Q_t^3 は Q_t^{3y} を要素とする $\Sigma_{y=1}^{Y}(H^y K^y L e_t^{3y})$ 次元ベクトル，X_t は $x_{trs}^{p_{trs}}$ を要素とする $e^r e^s e_t^5$ 次元ベクトルとし，$x_{trs}^{p_{trs}}$ は期間 t での rs 間での経路 p_{trs} の乗用車交通量とする．e^r, e^s はそれぞれ，乗用車交通の発生および集中ノードの数である．

物流業者の行動は，計画期間 T での利潤の総和の最大化を目的とし，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\mathrm{Max} & \sum_{t=1}^{T}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{th^y i^y j^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}} q^{p_t^{1y}}_{th^y i^y j^y} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{th^y j^y k^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}} q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y} \\ & + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{th^y k^y l}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} - \sum_{t=1}^{T} g_{th^y}\left(Q_t^{1y}, Q_t^{2y}, Q_t^{3y}\right) \\ & -\sum_{t=1}^{T}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p_t^{1y}\in E_t^{1y}} q^{p_t^{1y}}_{th^y i^y j^y} C^{p_t^{1y}}_{th^y i^y j^y}\left(Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3, X_t\right) \\ & -\sum_{t=1}^{T}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p_t^{2y}\in E_t^{2y}} q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y} C^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y}\left(Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3, X_t\right) \\ & -\sum_{t=1}^{T}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p_t^{3y}\in E_t^{3y}} q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} C^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l}\left(Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3, X_t\right)\end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}\text{subject to} \quad & q^{p_t^{1y}}_{th^y i^y j^y} \geq 0 \ \forall t, i^y, j^y, \quad q^{p_t^{2y}}_{th^y j^y k^y} \geq 0 \ \forall t, j^y, k^y, \\ & q^{p_t^{3y}}_{th^y k^y l} \geq 0 \ \forall t, k^y, l\end{aligned} \quad (14)$$

(6) 乗用車交通

期間 t において，ζ_t は乗用車の単位時間あたりの走行費用，$\tau_{trs}^{p_{trs}}(\bullet)$ は経路 p_{trs} の所要時間，c_{trs} は rs 間の交通費用，$d_{trs}(c_{trs})$ は rs 間での交通需要関数とする．

このとき，乗用車交通の行動は，各期間において，需要変動型利用者均衡に従うと仮定する．それゆえ，OD 間の乗用車交通の需要は，最短経路上の交通費用に応じて変化する．このとき，乗用車交通の行動は以下のように表現される．

$$\begin{cases}\zeta_t \tau_{trs}^{p_{trs}}\left(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, X_t^*\right) = c_{trs}^* & \text{if } x_{trs}^{p_{trs}*} > 0 \\ \zeta_t \tau_{trs}^{p_{trs}}\left(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, X_t^*\right) \geq c_{trs}^* & \text{if } x_{trs}^{p_{trs}*} = 0\end{cases} \quad (15)$$

$$d_{trs}\left(c_{trs}^*\right)\begin{cases} = \sum_{p_{trs}\in E_{trs}} x_{trs}^{p_{trs}*} & \text{if } c_{trs}^* > 0 \\ \leq \sum_{p_{trs}\in E_{trs}} x_{trs}^{p_{trs}*} & \text{if } c_{trs}^* = 0\end{cases} \quad (16)$$

(7) スーパーネットワーク全体の均衡条件

均衡状態においては，すべての商品に関する，製造業者，卸売業者，小売業者，物流業者の最適性条件，および，消費市場と乗用車交通の均衡条件が同時に満たされる．それを表す変分不等式を導出し，求解することにより，$q^{p_t^{1y}*}_{th^y i^y j^y}, q^{p_t^{2y}*}_{th^y j^y k^y}, q^{p_t^{3y}*}_{th^y k^y l}, \rho_{tl}^{4y*}, x_{trs}^{p_{trs}*}, c_{trs}^*$ が求まる．

3. おわりに

多期間 SC-T-SNE モデルを用いた数値計算の結果，単期間モデルに比べて，多期間モデルを用いることで，SCN 上の総余剰が増加することが確認できた．なお，紙面の都合上，数値計算の詳細について（問題設定や計算結果）は，講演時に詳述する

参考文献

1) Yamada, T., Imai, K., Nakamura, T. and Taniguchi, E.: A supply chain-transport supernetwork equilibrium model with the behaviour of freight carriers, *Transportation Research Part E*, Vol.47, pp.887-907, 2011.