

京都大学大学院 学生会員 岩井 裕正

京都大学大学院 フェロー 岡 二三生

京都大学大学院 正会員 木元 小百合

京都大学大学院 正会員 肥後 陽介

京都大学大学院 学生会員 赤木 俊文

1. はじめに

近年、メタンハイドレート(以下、MH とする)が新しいエネルギー源として注目されているが、生産時の地盤変形挙動については未解明な部分が多い。例えば Garcia (2010)¹⁾は不飽和地盤に対して水の浸透を考慮したサクシジョンの低下による地盤の不安定性に関して構成式中のパラメータの影響を調べた。しかしながら、MH 含有地盤のように熱や固体から流体への相変化を考慮した地盤については十分な研究がなされていない。そこで本研究では、MH 含有海底地盤の化学-熱-力学連成挙動の支配方程式線形安定解析を行い、挙動の安定性に影響するパラメータについて調べた。

2. 多相系地盤の一次元支配方程式 MH 含有地盤の構成材料を土粒子(S 相)、ハイドレート(H 相)、水(W 相)、ガス(G 相)とし、多孔質媒体理論に基づき、多相混合体として支配方程式を定式化する。土骨格の構成式として、サクシジョンおよびハイドレートによる強度増加ならびに移動硬化を考慮した粘塑性構成式を用い、サクシジョンと飽和度関係式として van Genuchten 式を用いた。

2.1 応力の定義とつりあい式 全応力テンソル σ_{ij} は各相の分応力テンソルの総和で表されるとする。

$$\sigma_{ij} = \sum_{\alpha} \sigma_{ij}^{\alpha} \quad (\alpha = S, W, G, H) \quad (1)$$

$$\sigma' = \sigma^{\alpha} - P^F \quad (2)$$

$$P^F = sP^W + (1-s)P^G \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho \bar{F} = \frac{\partial \sigma'}{\partial x} + \frac{\partial P^F}{\partial x} + \rho \bar{F} = 0 \quad (4)$$

構成式中の応力変数として、全応力 σ から平均間隙圧 P^F を引いたものである骨格応力 σ' を用いた。 \bar{F} は物体力である。

2.2 連続式

固相および液相、気相の質量保存則より、液相および気相に対する連続式を得る。

$$(1-n^H)s\dot{\varepsilon} + \dot{s}n^F - \dot{n}^Hs + \frac{\partial V^W}{\partial x} - \frac{\dot{m}^W}{\rho^W} = 0 \quad (5)$$

$$(1-n^H)(1-s)\dot{\varepsilon} - \dot{s}n^F - \dot{n}^H(1-s) + n^F(1-s)\frac{\dot{\rho}^G}{\rho^G} + \frac{\partial V^G}{\partial x} - \frac{\dot{m}^G}{\rho^G} = 0 \quad (6)$$

ここで V^W, V^G は液相、気相の相対速度で、 \dot{m}^W, \dot{m}^G は MH 分解による各相の質量増加速度を表す。

2.3 エネルギー保存則 系全体のエネルギー保存則は以下のように表される。

$$\dot{\theta} = \frac{k_{\theta}}{\rho c} \theta_{,xx} + \frac{\dot{N}^H}{V} (56599 - 16.744\theta) + \frac{\sigma' \dot{\varepsilon}}{\rho c} \quad (7)$$

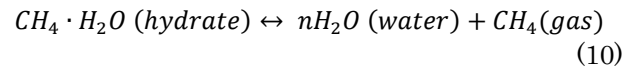
ここで k_{θ} は系全体の熱伝導率、 ρc は各相における密度と比熱容量の積の総和であり、次式で定義する。

$$\rho c = \sum_{\alpha} (n^{\alpha} \rho^{\alpha} c^{\alpha}) \quad (\alpha = S, W, G, H) \quad (8)$$

本解析においては骨格応力とひずみによる仕事は、分解熱の項に比べて十分小さいとし、以下のエネルギー保存則を用いる。

$$\dot{\theta} = \frac{k_{\theta}}{\rho c} \theta_{,xx} + \frac{\dot{N}^H}{V} (a - b\theta), \quad a = 56599, b = 16.744 \quad (9)$$

2.4 MH 分解速度式 MH の分解・生成反応は可逆的であり、その平衡条件は温度と圧力に依存する。すなわち高温・低圧条件下でメタンガスに分解し、低温・高圧条件下でハイドレートを生成する。



MH 分解速度式は Kim-Bishnoi²⁾ 式に基づき現在の圧力、温度、ハイドレート物質質量に依存するとし与える。分解速度より、質量保存則中の質量変化速度 \dot{m}^{α} 、H 相の間隙率変化速度 \dot{n}^H 及びエネルギー保存則中の分解熱を算出する

$$\dot{N}_H = 5.85 \times 10^{12} \times \exp\left(-\frac{9400}{\theta}\right) (P^e - P^F) N_{H0}^{\frac{1}{3}} N_H^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

P^e は温度 θ における MH の平衡圧力であり、 N_{H0}, N_H はそれぞれ、初期の MH の物質質量及び現在の MH 物質質量を表している。

2.5 構成式 今回の解析では簡易化のため、線形化した粘塑性構成式を用いる。

$$\sigma' = H\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \quad (12)$$

ここで H はひずみ硬化・軟化パラメータである。これにはサクシジョンおよび MH 飽和率による強度変化を考慮しているため、硬化パラメータ H はサクシジョン P^C と MH 飽和率 S^H の関数とする。また μ は粘塑性パラメータであり、温度 θ の関数である。

$$H = H(P^C, S^H), \quad \mu = \mu(\theta)$$

3. ゆらぎ状態での支配方程式 未知数が前章で示した支配方程式を満足している状態から、微小な攪乱が加えられた摂動(ゆらぎ)状態での支配方程式を考える。それぞれの物理量は、支配方程式を満足する値とゆらぎに関する項とで表現する。未知数は水圧 P^W 、ガス圧 P^G 、ひずみ ε 、温度 θ 、MH 物質質量 N_H 、であるので、それぞれに周期的なゆらぎが与えられ

た場合、次式で表される。

$$P^W = P_0^W + \tilde{P}^W(x, t), \quad P^G = P_0^G + \tilde{P}^G(x, t), \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}(x, t), \\ \theta = \theta_0 + \tilde{\theta}(x, t), \quad N_H = N_{H0} + \tilde{N}_H(x, t) \quad (12)$$

ここで $(\cdot)_0$ は支配方程式を満たす値であり、 (\cdot) はゆらぎを表す。さらに各々のゆらぎは波の形で与える。

$$\tilde{P}^W = P^{W*} \exp(\omega t + i q x), \quad \tilde{P}^G = P^{G*} \exp(\omega t + i q x) \\ \tilde{\varepsilon} = \varepsilon^* \exp(\omega t + i q x), \quad \tilde{\theta} = \theta^* \exp(\omega t + i q x) \\ \tilde{N}_H = N_H^* \exp(\omega t + i q x) \quad (13)$$

ここで、 ω はゆらぎの成長速度、 q はゆらぎの波数で、波長を l とすると、 $q = 2\pi/l$ と定義される。また $(\cdot)^*$ はゆらぎの振幅である。以上前章で定義した支配方程式に代入する。また飽和度 s 、硬化パラメータ H 、粘塑性パラメータ μ 、MH分解速度 \dot{N}^H のゆらぎは、つり合い状態からの微小な変動量であるので、次式のようにそれぞれの変数で勾配をとり、未知数の線形式で表す。

$$\tilde{s} = \frac{\partial s}{\partial P^C} \tilde{P}^C = B_C \tilde{P}^C \quad (14)$$

$$\tilde{H} = \frac{\partial H}{\partial P^C} \tilde{P}^C + \frac{\partial H}{\partial S^H} \tilde{S}^H = H_{PC} \tilde{P}^C + H_{SH} \tilde{S}^H \quad (15)$$

$$\tilde{\mu} = -\frac{\partial \mu}{\partial \theta} \tilde{\theta} = -\alpha_\mu \tilde{\theta} \quad (16)$$

$$\dot{\tilde{N}}_H = \frac{\partial \dot{N}_H}{\partial \theta} \tilde{\theta} + \frac{\partial \dot{N}_H}{\partial P^F} \tilde{P}^F + \frac{\partial \dot{N}_H}{\partial N_H} \tilde{N}_H \\ = -A_N \tilde{\theta} - B_N \tilde{P}^F - C_N \tilde{N}_H \quad (17)$$

これらとゆらぎの定義式を利用することでゆらぎ振幅 $(\cdot)^*$ に関する5元一次連立方程式を得る。その解、すなわちゆらぎの振幅が0でない解を持つための条件を求める。つまり、係数行列 $([A]$ とおく)が逆行列を持たない $\det[A] = 0$ となる条件を求める。 $\det[A] = 0$ を解くと以下の ω に関する5次方程式が得られる。

$$a_5 \omega^5 + a_4 \omega^4 + a_3 \omega^3 + a_2 \omega^2 + a_1 \omega + a_0 = 0 \quad (18)$$

ここで未知数 ω はゆらぎの成長速度であるので、上の5次方程式の根 ω が正の実数部を持つと、ゆらぎは時間の経過に伴い発散することになり、各変数は支配方程式のつり合いを保てなくなる。したがって、ゆらぎ成分が0に収束し、系全体の安定を保つためには ω が負の実数部を持たなければならない。これを評価するためにRouth-Hurwitzの定理を用いる。

5. 解析結果 式(18)中の $a_0 \sim a_5$ を整理する。Routh-Hurwitzの定理より、係数の符号が一つでも一致しない場合は、根 ω が正の実数部を持つ可能性があり、系は不安定化する。そこでまず、5次の係数 a_5 と定数項 a_0 の比較を行う。以下に a_5, a_0 を示す。

$$a_5 = -B_C n^F \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \frac{(1-s)n^F}{P^G} \quad (19)$$

$$a_0 = -C_N H \frac{k^G k^W}{\gamma^G \gamma^W} q^4 \left(\frac{k_\theta}{\rho c} q^2 + \dot{N}_H b \right) \quad (20)$$

以下ではひずみは圧縮の場合($\varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0$)を考える。 $s, n, n^H, n^F, \mu, b, q, H_{SH}, \gamma^G, \gamma^W, \rho c, k^G, k^W, k_\theta, C_N$ は常に正であり、 B_C, P^G, \dot{N}_H は負である。これより a_5 は

常に負である。また H はひずみ硬化の場合 $H > 0$ で、ひずみ軟化の場合 $H < 0$ である。以上を前提条件とすると、 a_0 が正になる場合に系全体は不安定となる可能性がある。まずひずみ硬化($H > 0$)の時を考え、 $a_0 > 0$ の条件より

$$\dot{N}_H < -\frac{k_\theta}{b\rho c} q^2 \quad (21)$$

よって各々のパラメータが式(21)を満たした時に系は不安定になりうる。また \dot{N}_H の絶対値が大きい場合は条件を満たしやすくなるため、定数項が正となる可能性が大きくなる。これはつまりMH分解反応が激しい場合に系が不安定化する可能性が大きいことを示している。

次に他の項についても符号を評価していく。 $a_0 \sim a_5$ を整理すると、波数 q の多項式で整理することができる。ここで仮に波数 q が十分に大きな場合を想定すると、 q の高次の項がそれぞれの係数の符号に対して支配的となってくる。それぞれの係数の q の低次の項は複雑性が高いため評価が困難であり、以下では簡単化のために q が十分に大きいことを仮定し、 q の高次の項について示す。

$$a_4 = \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \left\{ B_C n^F \left(\frac{k^G}{\gamma^G} + \frac{k^W}{\gamma^W} - \frac{(1-s)n^F k_\theta}{P^G \rho c} \right) + \frac{(1-s)n^F k^W}{P^G \gamma^W} \right\} q^2 + \dots$$

$$a_3 = \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \left\{ B_C n^F \left(\frac{k^G}{\gamma^G} + \frac{k^W}{\gamma^W} \right) \frac{k_\theta}{\rho c} - \frac{k^G k^W}{\gamma^G \gamma^W} + \frac{(1-s)n^F k_\theta k^W}{P^G \rho c \gamma^W} \right\} q^4 + \dots$$

$$a_2 = - \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \frac{k^G k^W k_\theta}{\gamma^G \gamma^W \rho c} q^6 + \dots$$

$$a_1 = -\frac{k^G k^W k_\theta}{\gamma^G \gamma^W \rho c} \left\{ H + \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) C_N \right\} q^6 + \dots$$

以上の係数の符号を考えていく。 a_5 は波数 q にせずつ常に負である。さらに a_4, a_3, a_2 の q の高次の項についても前提条件より常に負である。したがって q が十分に大きい場合は、 $a_2 \sim a_5$ の符号は一致する。

また a_1 は q が十分に大きい場合に正になる可能性がある。

$$H < - \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) C_N$$

同様に a_0 は次の場合に係数が正になりうる。

$$H < 0$$

H はひずみ硬化の場合正でひずみ軟化の場合負であるので、ひずみ軟化の場合に系は不安定化する可能性があることを示している。

6. 結論と今後の課題 本研究では支配方程式の線形安定解析を行い、パラメータのMH含有地盤の不安定化に対する影響を調べた。その結果、ひずみ軟化が生じた場合や、MH分解速度が大きな場合に系は不安定になりうるということが分かった。今後は有限要素解析を併用して、パラメータを変更した場合の解析結果に及ぼす影響を調べていくことが課題として挙げられる。

参考文献 1) E. F. GARCIA: Numerical Analysis of the Rainfall Infiltration Problem in Unsaturated Soil, Kyoto University PhD Thesis, pp. 47-81, 2010. **2)** E. F. Garcia, Oka, F., Kimoto, S., *Int. J. Solids and Structures*, pp.3519-3536, 2010. **3)** Kim, H. C., Bishnoi, P. R., Heidemann, R. A. and Rizvi, S. S. H., *Chem. Eng. Sci.*, No.42, pp. 1645-1654, 1987.