

京都大学工学部	学生員	○久保田	博貴
京都大学工学研究科	学生員	鶴田	修己
京都大学工学研究科	正会員	五十里	洋行
京都大学工学研究科	正会員	原田	英治
京都大学工学研究科	正会員	後藤	仁志

## 1. はじめに

シートフロー漂砂や洗掘などの非定常性の極めて高い現象の運動機構の解明には、砂粒子スケール以下の高い解像度による流れ場の解析が重要である。本研究では、自由界面の追跡に優れたMPS法<sup>1)</sup>と不連続体解析に有効なDEMを用いて、従来の二流体モデルや抗力型モデルを参考に、より高解像度で計算するための固相・液相間相互作用モデルを三種類提案し、各モデルの再現性を検証する。

## 2. 数値解析手法

### 2-1 MPS法

MPS法は、物理量を保持した多数の粒子が相互作用することで非圧縮流れを表現する手法である。粒子間距離に応じた、以下式の重み関数を導入することにより、流体の支配方程式を離散化する。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r < r_e \\ \frac{r}{0} & \text{for } r_e \leq r \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 $r$ : 粒子間距離、 $r_e$ : 影響半径である。基礎式の各項の勾配およびラプラシアンは、重み関数 $w$ を用いて、以下の式でモデル化される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (2)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] \quad (3)$$

ここに、 $\phi$ : 物理量、 $d$ : 次元数、 $\lambda$ : 統計的な分散の増加を解析解と一致させるための係数、 $n_0$ : 初期粒子数密度である。

### 2-2 固相・液相間相互作用モデル

#### (1) 二流体モデル

二流体モデルは、後藤・Fredsoe<sup>2)</sup>によってMPS法へ適用された。固相を非圧縮流体として計算する手法で、剛体固相の形状を保持するために剛体連結が施される。固相・液相それぞれの連続式および運動方程式は

$$\frac{D\rho_l}{Dt} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad (4)$$

$$\frac{D\rho_s}{Dt} + \rho_s \nabla \cdot \mathbf{u}_s = 0 \quad (5)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} + \mathbf{f}_{ls} \quad (6)$$

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s + \rho_s \mathbf{g} - \mathbf{f}_{ls} + \mathbf{f}_{colp} \quad (7)$$

である。ここに、 $\rho$ : 密度、 $t$ : 時間、 $\mathbf{u}$ : 流速ベクトル、 $p$ : 圧力、 $\mu$ : 粘性係数、 $\mathbf{g}$ : 重力加速度ベクトル、 $\mathbf{f}_{ls}$ : 固相・液相間相互作用力ベクトル、 $\mathbf{f}_{colp}$ : 固相間衝突力ベクトル、下付き添え字 $l, s$ はそれぞれ液相、固相を示している。固相・液相間相互作用力ベクトルは以下のように与えられる。

$$\mathbf{f}_{ls,l} = -\left(-\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l\right)_s \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_{ls,s} = \left(-\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s\right)_l \quad (9)$$

本研究では、Khayyer・後藤(2010)により提案された高精度粒子法(CMPS-HS法)を新たに導入する。

#### (2) オーバーラップ型モデル(単相粒子追跡型)

本モデルは、固相と液相を異なる離散空間で計算する手法で、従来の抗力型モデルとは異なり、固相・液相の各粒子の相互作用力は、各粒子の重複体積に応じた勾配拡散型の算出法を用いる。流れ場の基礎式は、固相・液相間相互作用力ベクトル $\mathbf{f}_{int}$ を考慮して

$$\frac{D\rho_l}{Dt} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad (10)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u} + \rho_l \mathbf{g} + \mathbf{f}_{int} \quad (11)$$

と表し、固相の運動方程式は

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_V \left\{ \rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \mathbf{f}_{int} + (\rho_s - \rho_l) \mathbf{g} \right\} dV + \mathbf{f}_{colp} \quad (12)$$

$$\mathbf{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_V \mathbf{r}_{ls} \times \left( \rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \mathbf{f}_{int} \right) dV + \mathbf{T}_{colp} \quad (13)$$

と表す。ここに、 $m$ : 固相粒子の質量、 $V$ : 固相粒子の体積、 $\mathbf{I}$ : 慣性モーメント、 $\boldsymbol{\omega}_s$ : 固相回転角速度、 $\mathbf{r}_{ls}$ : 固相・液相各粒子の相対位置ベクトル、 $\mathbf{T}_{colp}$ : 固相間衝突によるトルクである。また、固相・液相間相互作用力ベクトルは、固相・液相粒子の重複部体積占有率 $\phi$ を考慮して、

$$\mathbf{f}_{int} = \sum \frac{\rho_s \mathbf{u}'_s - \rho_l \mathbf{u}_l}{\Delta t} \phi \quad (14)$$

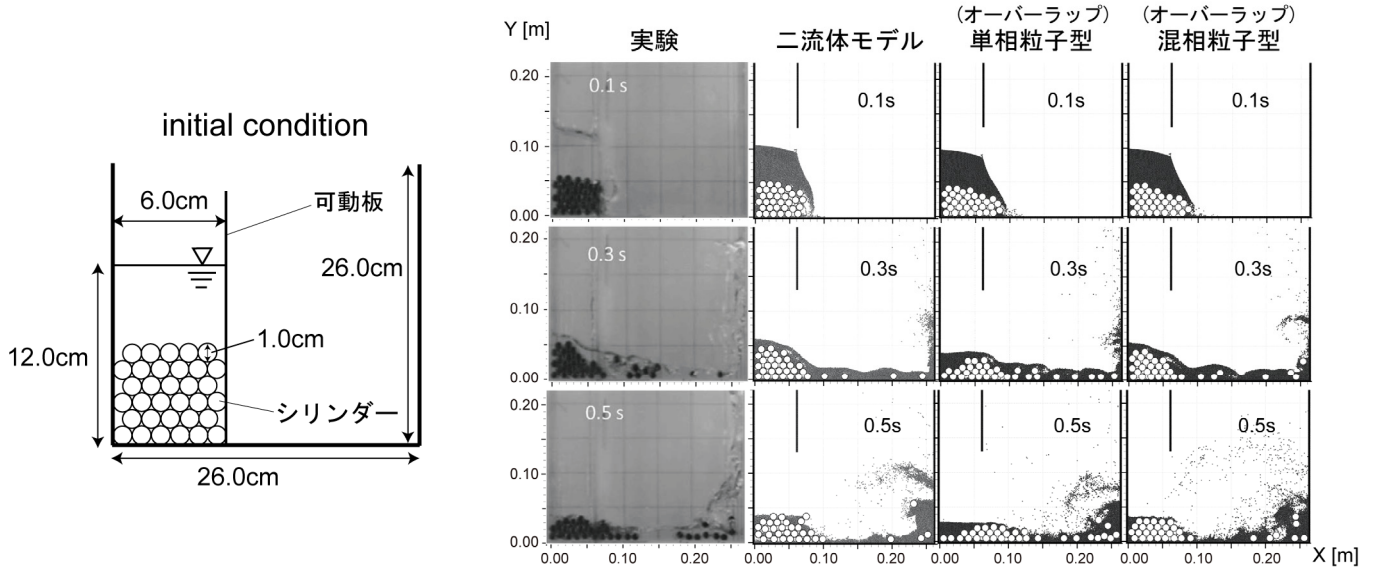


図-1 実験・数値シミュレーションの概要および結果のスナップショット

$$\mathbf{u}'_s = \mathbf{u}_s + \mathbf{r}_{ls} \times \boldsymbol{\omega}_s \quad (15)$$

を与える。ここに、 $\mathbf{u}'_s$ : 回転を考慮した固相粒子の局所流速、 $\boldsymbol{\omega}_s$ : 固相粒子の回転角速度である。

### (3) オーバーラップ型モデル(混相粒子追跡型)

本モデルは前モデルと同様、固相と液相を別の離散空間で計算するもので、さらに、固相粒子と重複した液相粒子は、体積占有率に応じて固相の物理量を投影した混相粒子として取り扱う。混相粒子が保持する各物理量は

$$\bar{\theta} = \theta_l (1 - \sum \phi) + \sum \theta_s \phi \quad (\theta = \mu, \rho) \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_l = (\mathbf{u}_s + \mathbf{r}_{sl} \times \boldsymbol{\omega}_s) \phi + \mathbf{u}_l (1 - \phi) \quad (17)$$

で決定される。混相流場の支配方程式は

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \bar{\rho} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}_l = 0 \quad (18)$$

$$\bar{\rho} \frac{D\tilde{\mathbf{u}}_l}{Dt} = -\nabla \bar{p} + \bar{\mu} \nabla^2 \tilde{\mathbf{u}}_l + \bar{\rho} \mathbf{g} + \mathbf{F}_{int} \quad (19)$$

であり、固相の運動方程式は

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_V \left( \bar{\rho} \frac{D\tilde{\mathbf{u}}_l}{Dt} - \mathbf{F}_{int} \right) dV + \mathbf{f}_{colp} \quad (20)$$

$$\mathbf{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_V \mathbf{r} \times \left( \bar{\rho} \frac{D\tilde{\mathbf{u}}_l}{Dt} - \mathbf{F}_{int} \right) dV + \mathbf{T}_{colp} \quad (21)$$

で表される。ここに、 $\mathbf{F}_{int}$ は固相・液相間相互作用力ベクトルであり、

$$\mathbf{F}_{int} = \sum \frac{(\rho_s \tilde{\mathbf{u}}_l)^k - (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{u}}_l)^{k-1}}{\Delta t} \quad (22)$$

として与えられる。上付き添え字  $k$  は計算ステップ数を示している。

なお、固相間衝突力にはバネ・ダッシュポットを用いた個別要素法を適用する。また、2つのオーバーラップ型モデルの流れ場の計算には、高精度粒子法(CMPS-HS法)を用いる。

## 3. シリンダーを含むダム崩壊のシミュレーション

### 3-1 数値シミュレーション対象場

本研究で開発した三種類のシミュレーションモデルの再現性を検証するため、Shuai Zhang ら<sup>3)</sup>が実施したシリンダーを有した水のダム崩壊実験を対象として数値シミュレーションを行った(図-1 参照)。

### 3-2 数値シミュレーション結果

図-1に実験および数値シミュレーションの初期条件概要と、0.1s, 0.3s, 0.5sにおける結果のスナップショットを示す。二流体モデルおよびオーバーラップ型モデル(混相粒子追跡型)において、実験と良好な一致が確認できる。さらに、0.3sにおける上記二種類のモデルでは、実験時に観察されたように、高速で右壁へ移動する群、低速で移動する群、左壁に留まる群の三つのシリンダー群に大別される挙動が見られた。0.5sでは、同様にシリンダー群挙動は二つに大別されるが、オーバーラップ型モデル(混相粒子追跡型)は、右壁付近へ到達するシリンダー数についても高い再現性を示した。

### 4. おわりに

本稿では、固液二相流のための固相・液相間相互作用モデルを三種類提案し、シリンダーおよび水のダム崩壊の実験と数値シミュレーションの比較から、各モデルの再現性を検証した。特に、オーバーラップ型モデル(混相粒子追跡型)において実験との良好な一致がみられた。今後、検討を進め、さらなるモデルの改良に取り組みたい。

### 参考文献

- 1) S. Koshizuka: a particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, J.Comp.Fluid Dyn.J., Vol.4, pp.29-46, 1995.
- 2) 後藤仁志, Jørgen Fredsøe: Lagrange 型固液二相流モデルによる海洋放棄微細土砂の拡散過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.986-990, 1999.
- 3) S.Zhang, S.Kuwabara, T.Suzuki, Y.Kawano, K.Morita, K.Fukuda: simulation of solid-fluid mixture flow using moving particle methods, J.Comp.Phys., Vol.228, pp.2552-2565, 2009.