

京都大学工学部 学生員 ○金澤 直矢
 京都大学大学院工学研究科 学生員 白井 秀和
 京都大学教授 フェロー 細田 尚

1. はじめに

転波列は、線形安定解析¹⁾から Vedelnikov 数と呼ばれる無次元数が 1 より大きくなるときに生じる流れの不安定現象であることが分かっている。この転波列流れについての研究は、古くからなされているが、その水理学的特性は明確にわかっていない点もある。その一つとして、転波列の定常時の波形がある。Dressler²⁾は、転波列の波形が定常となると仮定したときの波形形状を求める解析方法を示している。しかし、水理条件から一つの波形を決める方法は確立されていない。そもそも転波列が発達し定常に達して波形が一つに決まるのかについても明確ではない。本研究では、転波列流れを対象とした実験及び数値解析を行うことにより、転波列の発達過程について検討を行う。

2. 実験による検討

2.1 実験概要

図-1 に示すような、一定勾配の水路において、上流端から一定流量を供給することで転波列の挙動を観測する。水理条件は、水路幅 0.1 m、水路長 30 m、水路勾配 $\tan \theta = 0.0966$ 、流量 $5.43 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ である。ビデオカメラを用い、各点 A, B, C, D での水位の時間変化を計測することで、下流方向での転波列の波形の変化を見る。また、水路上方からビデオカメラで 1 分間の撮影を行い、区間 AB, CD における波長、波速を計測する。

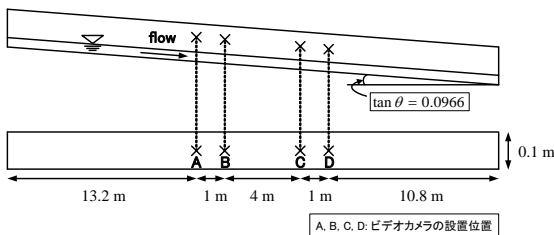


図-1 実験水路の概略図

2.2 実験結果

図-2 は、点 A, D における水位の時間変化を示しており、それぞれの一つの波が同じ波である。この図から、下流方向に行くにつれて転波列同士が重なり合体していく過程が確認できる。

表-1 に各区間における通過する波の数と波速・波長の平均値の計測結果を示す。まず、AB 間より CD 間の方が波の数が減少し、波長が長くなっていることがわかる。これは、先ほど述べたように、いくつかの波が両区間で合体したためである。また、波速が、CD 間の方で大きくなっている。これは、転波列が下流に進むにつれて、比較的流速の速い波が遅い波に追いつき合体するため、遅い波が減少してゆくことが要因であると考えられる。

このように、波速の差異により二つの波が新たに一つの波を形成することを繰り返すことで、下流方向で波の数は減少し、波長は増加すると考えられる。

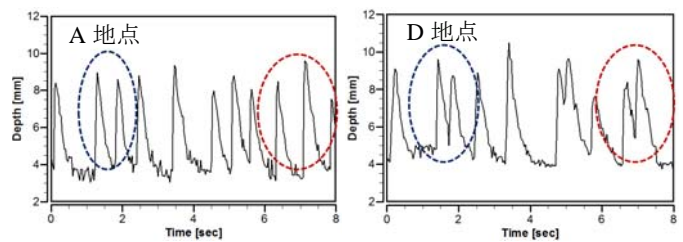


図-2 点 A, D における水位の時間変化

表-1 各区間における平均波速と平均波長

区間	波の数	平均波速	平均波長
AB(上流側)	114	1.50 m/sec	1.01 m
CD(下流側)	95	1.59 m/sec	1.30 m

3. 一次元数値解析による検討

実験では波長の増加傾向が確認されたが、30 m以降で同じ傾向を示すかは定かでない。そのため、さらに下流側での転波列の特性を実験と同様の水理条件で、一次元の数値解析を行い検証する。

3.1 数値解析概要

流れの基礎式は、次式に示す水路の座標系に合わせた連続式と運動方程式から構成される浅水流方程式を用いる。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + gA \frac{\partial z_s}{\partial x} = -gA \frac{\tau_{bx}}{\rho g R} \quad (2)$$

ここに、 t : 時間, x : 空間座標, Q : 流量, u : 流速, A : 流水断面積, g : 重力加速度, z_s : 基準水面からの水位, R : 径深, τ_{bx} : 路床に作用する応力ベクトルの x -方向成分, ρ : 密度である。

数値解析法には有限体積法を適用し、移流項の離散化は、一次精度風上差分と QUICK スキームを流速制限関数 minmod limiter により合わせたものを用いる。また、本研究では、流速が大きく計算が不安定になるため、流速 u を中心差分的でなく、流量 Q と同様に上流化した内挿を行うことで、計算の安定化を図る。変数の配置はスタッガードスキーム、時間積分には Adams-Bashforth 法を適用する。格子数 50000 個、格子幅 0.02 m で全体の水路長を 1000 m とする。粗度係数は 0.01 とする。

3.2 解析結果

まず、数値解析の結果において上流から 50 m 付近までは、等流状態で、水深が 5.77×10^{-3} m であった。実験においても、転波列が発生していない上流域での水深は 5.6×10^{-3} m であったので、計算条件はある程度の妥当性があると考えられる。

図-3 は水深の空間分布を示す。上流域では距離とともに波高が増加傾向にあり、転波列が発達していくことが確認できる。しかし、ある程度発達した下流域では、この増加傾向を示さなかった。これは、上流域では波の合体が頻繁に起こり、波高の増加を示した大きな要因となったが、下流域では、この波の合体が起こらないためこの傾向を示さなくなったと考えられる。図-4 は流下距離と波長の関係を示し

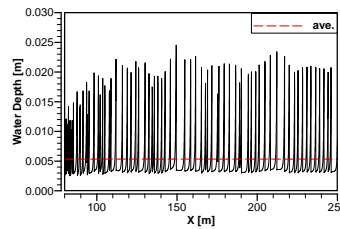


図-3 水深の空間分布

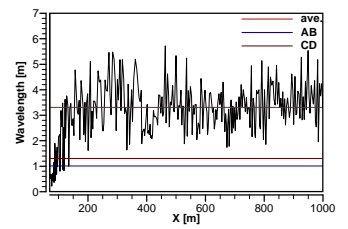


図-4 波長の空間分布

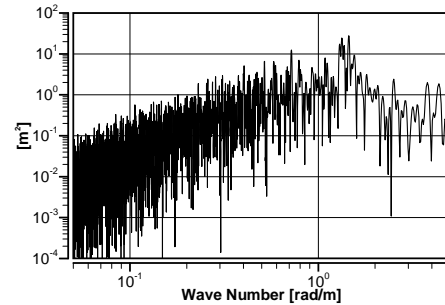


図-5 波数スペクトル

ている。転波列発生地点から波長もまた増加する傾向にあるが、150 m 地点付近から増加傾向は継続されず、2.0~6.0 m の範囲にばらついて存在していることがわかる。また、図-5 は、区間 800~950 m 区間での波数スペクトルを示したものである。この図から特定の波数ではなく $1.0 \times 10^0 \sim 2.0 \times 10^0$ rad/m 周辺である程度の範囲を持ってピークがあることがわかる。つまり、特定の波長が卓越するというわけではないと考えられる。

4. おわりに

本研究では、実験と数値解析により転波列の発達過程について検討した。その結果、実験では波長が増加することが確認された。これは、解析においても同じ現象が見られた。しかし、この増加傾向は継続せずある程度発達すると、様々な値の波長として存在することが確認された。つまり、流下距離が増加しても特定の波長が卓越するわけではないことが確認された。

参考文献

- 1) Iwasa, Y.: The criterion for instability of steady uniform flows in open channels, *Memoirs of the Fac. Eng., Kyoto University*, Vol.16, No.4, pp.264-275, 1954.
- 2) Dressler, R.F.: Mathematical solution of the problem of roll-wave in inclined open channels, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol.2, No.213, pp.149-194, 1949.