

京都大学工学部 学生員 ○安倍久美子
 京都大学大学院工学研究科 正会員 宇都宮智昭

1. 研究背景及び目的

浮体式洋上風力発電施設は、風、波、流れ等の外力を受け動揺するため、その動特性を十分に把握しておく必要がある。スパー型浮体の Pitch 方向の運動方程式はパラメータ励振系の運動方程式であり、特定の周期の波によってパラメータ共振の一種であるマシュー・インスタビリティが発生し激しい振動状態になる可能性がある。しかし、Pitch 方向の減衰や水位変動が動的安定性に及ぼす影響は大きいと考えられるにも関わらず、減衰と水位変動による影響の両方を考慮した安定判別図はまだ得られていない。

この研究では、減衰と水位変動による影響の両者を考慮した上で、実設計において用いやすい形式の安定判別図を提案することを目的とする。また、スパー型浮体式洋上風力発電施設のための浮体は、水線面を絞っている形状のものが多く、その形状に対応した運動方程式を用いて安定判別図を導出する。

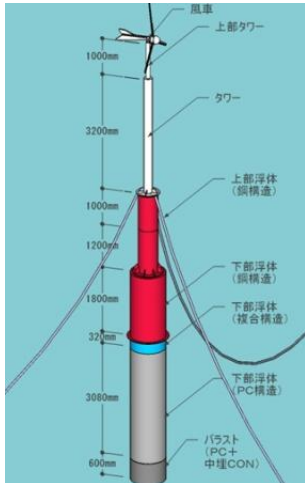


図-1 浮体式洋上風力発電施設(1/10 スケール)の概要

2. 安定判別図の導出

回転の中心を重心 G とすると、スパーの Pitch 方向と Heave 方向の運動方程式は以下のように表わせる。

$$(I_{55} + A_{55})\ddot{\zeta}_5 + C_{55}\dot{\zeta}_5 + \rho g \left[\overline{GB}_0 V_0 + \left\{ \overline{GC}_0 + \frac{(1 - \cos \zeta_5) \overline{GC}_0 - \zeta_3 + \eta}{2 \cos \zeta_5} \right\} \cdot A_w \frac{(1 - \cos \zeta_5) \overline{GC}_0 - \zeta_3 + \eta}{\cos \zeta_5} \right] \sin \zeta_5 = F_5(t)$$

$$(m + A_{33})\ddot{\zeta}_3 + C_{33}\dot{\zeta}_3 - \rho g A_w \frac{(1 - \cos \zeta_5) \overline{GC}_0 - \zeta_3 + \eta}{\cos \zeta_5} = F_3(t)$$

ここで、 ζ_3 は Heave 方向の変位、 ζ_5 は Pitch 方向の変位 (回転角)、 η は静水面からの波の高さ、 A_w はスパーの水線面積、 V_0 は排水量の初期値、点 B_0, C_0 はそれぞれ静水時の浮心と浮面心、 m はスパーの質量、 I_{55} と A_{55} はそれぞれ Pitch 方向の慣性モーメントと付加慣性モーメント、 C_{33} と C_{55} はそれぞれ Heave 方向と Pitch 方向の減衰係数、 ρ は海水の質量密度、 g は重力加速度、 $F_3(t), F_5(t)$ はそれぞれ Heave 方向と Pitch 方向の強制外力である。なお、係留力の影響は小さいとして運動方程式では無視している。この式から Pitch 方向と Heave 方向の運動は互いに連成していることが分かる。

微小振動を仮定して、 $\sin \zeta_5 \approx \zeta_5, \cos \zeta_5 \approx 1$ と近似し、2 次の項を消し、 $\zeta_3 = \bar{\zeta}_3 \cos \omega_3 t, \eta = \bar{\eta} \cos(\omega_3 t - \varphi)$ (ω_3 は Heave 方向の運動の振動数、 φ は波と Heave 方向の運動の位相差) とし、 $F_5(t) = 0$ とすると、Pitch 方向の運動方程式は、以下のように近似される。

$$(I_{55} + A_{55})\ddot{\zeta}_5 + C_{55}\dot{\zeta}_5 + \left[\rho g V_0 \overline{GB}_0 + \rho g \overline{GC}_0 A_w Z \cos \left(\omega_3 t + \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] \zeta_5 = 0$$

$$\left(\because Z = \sqrt{(\bar{\eta} \sin \varphi)^2 + (\bar{\zeta}_3 - \bar{\eta} \cos \varphi)^2}, \quad \tan \alpha = \frac{\bar{\zeta}_3 - \bar{\eta} \cos \varphi}{-\bar{\eta} \sin \varphi} \right)$$

この運動方程式は、 ζ_5 の係数が時間の周期関数となっており、パラメータ励振系の運動方程式となっている。さらに、 $\tau = \omega_3 t + \alpha + \frac{\pi}{2}, \frac{d}{dt} = '$ として、Pitch 方向の運動方程式を以下のように変形する。

$$x'' + 2 \frac{B}{W} x' + \frac{1}{W^2} (1 + E \cos \tau) x = 0 \tag{1}$$

$$W(T_{wave}) = \frac{\sqrt{I_{55} + A_{55}}}{\sqrt{\rho g V_0 \overline{GB}_0}} \omega_3 = \frac{\omega_3}{\omega_{pitch}} = \frac{T_{pitch}}{T_3} \approx \frac{T_{pitch}}{T_{wave}}$$

$$E(\bar{\eta}, T_{wave}) = \frac{\overline{GC}_0 A_w}{V_0 \overline{GB}_0} Z = \frac{A_w}{V_0} \cdot \frac{\overline{GC}_0}{\overline{GB}_0} Z(\bar{\eta}, T_{wave}),$$

$$B = \frac{C_{55}}{2(I_{55} + A_{55}) \omega_{pitch}}$$

$$\left(\because Z(\bar{\eta}, T_{wave}) = \bar{\eta} \sqrt{(\sin \varphi)^2 + (r_3 - \cos \varphi)^2} \right)$$

ここで、 T_3 は Heave 方向の運動の周期、 T_{pitch} は Pitch 方向の運動の固有周期、 T_{wave} は波の周期、 $r_3(\bar{\eta}, T_{wave})$ はスパーの Heave 方向の RAO 比、 $\varphi(\bar{\eta}, T_{wave})$ は波と Heave 方向の運動との位相差である。

フローケの理論より、この運動方程式の解を $x = e^{\lambda t} \left(a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\omega t}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\omega t}{2} \right)$ とし、式(1)に代入し、 $e^{\lambda t}$, $e^{\lambda t} \cos \frac{n\omega t}{2}$, $e^{\lambda t} \sin \frac{n\omega t}{2}$ ($n \geq 1$)について整理する。それらの係数は 0 にならなければならない。いずれの係数も、 $a_n, a_{n-2}, a_{n+2}, b_n, b_{n-2}, b_{n+2}$ で構成されているので、 n が偶数の場合($n=2m$)と奇数の場合($n=2m-1$)に分けて考えることができ、それぞれを代数方程式にまとめる。これらの代数方程式が非自明解をもつための必要十分条件は係数行列式が 0 になることなので、 $\lambda = 0$ を代入した以下の二つの式が特性方程式となる。

$$f = f' = 0, \quad g = g' = 0$$

$$f' = \begin{vmatrix} 1 & 0.5E & 0 & \dots & 0 & \dots \\ E & 1 & 0.5E & \dots & 2BW & \dots \\ -W^2+1 & \vdots & -W^2+1 & \dots & -W^2+1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & -2BW & 0 & \dots & 1 & \dots \\ \vdots & -W^2+1 & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & -4BW & \dots & 0.5E & \dots \\ \vdots & \vdots & -2W^2+1 & \dots & -2W^2+1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \end{vmatrix} = 0$$

$$g' = \begin{vmatrix} 1 & 0.5E & 0 & \dots & BW & \dots \\ 0.5E & -(W/2)^2+1+0.5E & 0 & \dots & -(W/2)^2+1+0.5E & \dots \\ -(3W/2)^2+1 & \vdots & 0.5E & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ -BW & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots \\ -(W/2)^2+1-0.5E & 0 & 0 & \dots & 0.5E & \dots \\ 0 & -3BW & 0 & \dots & -(3W/2)^2+1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \end{vmatrix} = 0$$

f, g はそれぞれ n が偶数の場合と奇数の場合の代数方程式の係数行列式であり、 f', g' は、 f, g の行列式の各行の要素を各行の対角要素で割ったものである。ただし、この論文では、 $m=7$ として、 n が偶数の場合では 15 行 15 列、 n が奇数の場合では 14 行 14 列の行列式に近似した。 B を固定したこれらの特性方程式の W, E をパラメータとしたパラメータ曲線が安定判別図となる。この安定判別図に、スパーの各値を代入して計算した E の計算値をプロットして安定判別を行う。

3. 安定判別図の妥当性

実際に 1/10 スケールの浮体の E の計算値を安定判別図にプロットし、数値計算に基づく動的安定性に関する判定との比較により、その妥当性を調べる。

Pitch 方向の減衰係数 B と、スパーの Heave 方向の RAO 比 $r_3(\bar{\eta}, T_{wave})$ 、スパーの Heave 方向の運動と波との位相差 $\varphi(\bar{\eta}, T_{wave})$ を得るのに、数値解析を行った。しかし、この数値解析では、減衰は非線形減衰で与えられている。つまり、非線形減衰を線形減衰に置き換えることになり、減衰定数 B の値は振動振幅に依存する。

そこで $B = 0.01, 0.03, 0.05$ とし、安定判別図を描く。

安定判別図に波高 (両振幅) が 0.5m の場合の E の計算値グラフをプロットしたものが図 2 である。

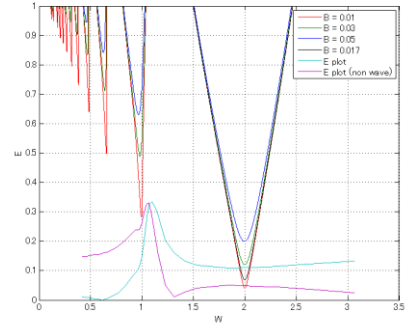


図-2 1/10 スケールモデルの安定判別図と E の計算値(波高 0.5m)

これらのパラメータ曲線の内側が不安定領域となる。この図から Pitch 方向の減衰定数 B が大きいほど曲線が全体的に上へ上がり、不安定領域が狭くなることが分かる。

$W=2$ ($T_{wave} = 4.6s$ に相当) 付近で、 E の計算値が不安定領域 ($B=0.01$) に入っている。つまり、この範囲ではマシュー・インスタビリティが起こると判定される。実際、数値計算において $W=2$ 付近でのみマシュー・インスタビリティが発生しており、安定判別図の妥当性が示された。

4. 結論

1. 水線面を絞ったスパーの形状に合った運動方程式を基に導出した安定判別図による判別は、数値計算による結果と概ね合っており、妥当であると言える。
2. スパー型浮体の Pitch 方向の固有周期と波の周期の比が 2 になる時、マシュー・インスタビリティが非常に起こりやすい。そのため、Pitch 方向の固有周期と Heave 方向の固有周期の比は確実に 2 から離さなければならない。
3. 今回用いたモデルは Pitch 方向の固有周期と Heave 方向の固有周期の比が 1 に近いにも関わらず、Pitch 方向の固有周期と波の周期の比が 1 になる時、マシュー・インスタビリティは起こらなかった。これは、Pitch 方向の減衰が大きかったためと考えられる。つまり、十分な減衰さえあれば、Pitch 方向と Heave 方向の固有周期の比が 1 に近くても動的安定性の面で問題ないと考えられる。