

京都大学工学部 学生員 ○吉永 健二
 京都大学大学院工学研究科 正会員 五十里 洋行
 京都大学大学院工学研究科 正会員 後藤 仁志
 京都大学大学院工学研究科 学生員 新井 智之

1. はじめに

地盤内応力等を推定するための数值解析の手法としては、主として有限要素法が挙げられるが、大変形問題を精度よく解析することは難しく、メッシュフリーな粒子法による解析が最適である。

そこで粒子法の一つである MPS 法の弾塑性モデルを開発し、そのモデルを用いて地盤の大変形問題の一例として切羽の崩壊挙動の解析を行った。

2. 数值解析の概要

本稿では、地盤に対して MPS 法弾性体モデル¹⁾に塑性計算を組み込んだモデルを用いて計算する。

弾性体の基礎方程式は圧縮を正として以下のように書ける。

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{F}_{ex} \quad (1)$$

ここで、 ρ :密度、 \mathbf{F}_{ex} :外力ベクトルである。 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソルであり、

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_e) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (2)$$

と書ける。ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}_e$:弾性ひずみテンソル、 $\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})$:体積ひずみ、 λ, μ :ラメの定数である。以上の式における微分演算子は、MPS法の粒子間相互作用モデルを用いて離散化される。

塑性ひずみテンソルは、現在の応力場から適当な降伏関数によって降伏判定を行い、降伏条件を満足した場合のみ、一般的な FEM 解析で用いられる以下の式によって求める。

$$\{d\boldsymbol{\varepsilon}_p\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} = \frac{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T [D_e] \{d\boldsymbol{\varepsilon}\}}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T [D_e] \left\{ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e^{k+1} = \boldsymbol{\varepsilon}^{k+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1} = \boldsymbol{\varepsilon}^{k+1} - (\boldsymbol{\varepsilon}_p^k + d\boldsymbol{\varepsilon}_p) \quad (4)$$

ここで、 f :降伏関数、 \mathbf{g} :塑性ポテンシャル関数、

D_e :弾性マトリクス、 $\boldsymbol{\varepsilon}$:全ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}_p$:塑性ひずみテンソル、 $d\boldsymbol{\varepsilon}_p$:塑性ひずみ増分、 k :計算ステップである。なお、本稿では、降伏関数に Drucker-Prager 式を適用し、関連流れ則を採用した。ひずみテンソルの各成分は、MPS法の高精度勾配モデル²⁾を用いて離散化した後、算出される。

また、大変形に対応するために、塑性化の大きい粒子に対しては、初期粒子間距離に依存しない離散化モデルとして、ひずみ速度テンソルに基づいた手法を採用する。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \lambda \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{I} + 2\mu \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (5)$$

ここでは MPS 法弾性モデルと同様の方法で剛体回転成分を除去できないため、回転に対して客観性のある Jaumann 応力速度 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ を導入する。

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\omega} = \lambda \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{I} + 2\mu (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (6)$$

ここで $\boldsymbol{\omega}$:スピントンソルである。

式(1)で時間ステップ k を明示する(外力項は省略)と、

$$\rho \frac{D\mathbf{u}^{k+1}}{Dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^k = -\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}^{k-1} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}^k \Delta t) \quad (7)$$

となり、また、式(6)に塑性ひずみを考慮すると、

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^k = \boldsymbol{\omega}^k \boldsymbol{\sigma}^{k-1} - \boldsymbol{\sigma}^{k-1} \boldsymbol{\omega}^k + \lambda \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^k) \mathbf{I} + 2\mu (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^k) - (\lambda \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^k) \mathbf{I} + 2\mu (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^k)) \quad (8)$$

と書ける。これを式(7)に代入すると、

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{u}^{k+1}}{Dt} &= -\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}^{k-1} + (\boldsymbol{\omega}^k \boldsymbol{\sigma}^{k-1} - \boldsymbol{\sigma}^{k-1} \boldsymbol{\omega}^k) \Delta t) \\ &\quad - \nabla \cdot (\lambda (\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^k) - \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^k)) \mathbf{I} + 2\mu (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^k - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^k)) \Delta t \quad (9) \\ &= -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^* + \Delta t \mu \nabla^2 (\mathbf{u}^k - \mathbf{u}_p^k) \\ &\quad - \Delta t (\mu + \lambda) \nabla (\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^k) - \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^k)) \\ \boldsymbol{\sigma}^* &= \boldsymbol{\sigma}^{k-1} + (\boldsymbol{\omega}^k \boldsymbol{\sigma}^{k-1} - \boldsymbol{\sigma}^{k-1} \boldsymbol{\omega}^k) \Delta t \end{aligned}$$

となる。ここで、 \mathbf{u}_p :塑性ひずみ速度ベクトルである。

3. 数值モデルの検証

(1) 計算条件

図-1 に計算領域を示す。粒子径は 8.0cm、また、地盤定数は表-1 のように設定する。

弾性係数 E(kN/m ²)	粘着力 c(kN/m ²)	内部摩擦角 φ(deg)	密度 ρ(kg/m ³)	ポアソン比 ν	ダイレイタンシー角 ψ(deg)
8.4 × 10 ³	0.0	19.8	1.88 × 10 ³	0.35	19.8

表-1 地盤定数

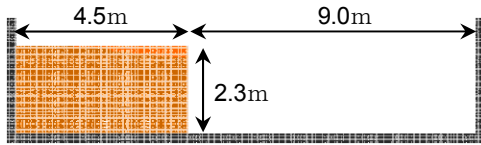


図-1 計算領域

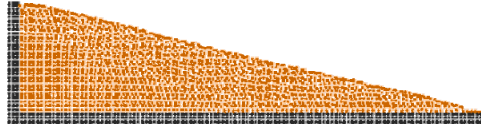


図-2 最終的な斜面形状

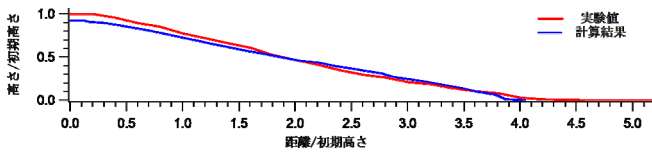


図-3 斜面形状の比較

(2) 計算結果

図-2 に最終的な斜面形状を示し、図-3 に実験³⁾との比較を示す。実験値を赤色で計算結果を青色で表す。計算結果は、実験結果と概ね良好に対応しており、また、実験値、計算結果ともに安息角の理論値より小さくなった。

4. トンネル切羽崩壊過程

(1) 計算条件

図-4 最上段の図が計算開始時の状態である。緑色の粒子で示されるしきい板を瞬時に取り除き、地盤を崩壊させる。粒子径は 8mm とした。なお、粒子の色分けは地盤の動きを捉えやすくするためのものである。

(2) 計算結果

実験では切羽上方の地盤は鉛直下方に進行するのに対し、計算では斜め方向に進行している。また、切羽内に流入する土砂量も実験より計算結果の方が多くなっている。この点については、実験では切羽形状が半月型であるのに対して、計算では 2 次元計算を用いていることが大きな要因であると考えられる。しかし、切羽前方の地盤の動きや地表面のすり鉢状の沈下形状に関しては概ね良好に再現できた。

5. おわりに

本稿では、大変形に対応した MPS 法弾塑性モデルを開発し、砂のダムブレイク、トンネル切羽崩壊過程の解

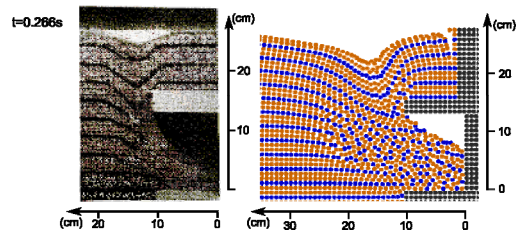
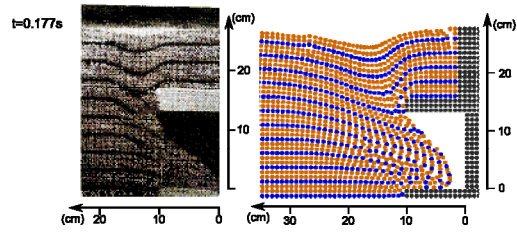
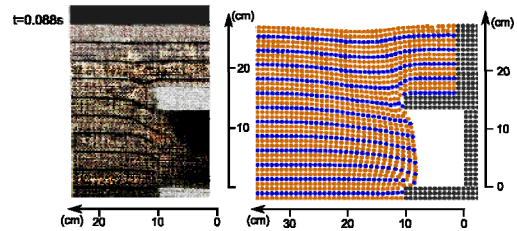
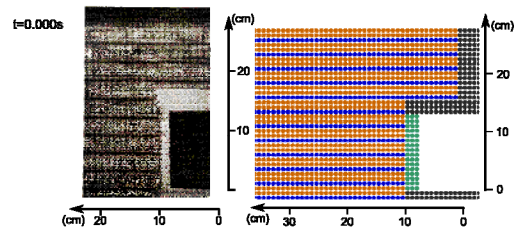


図-4 実験との比較

析に適用した。計算結果より、改良の余地はあるものの概ね良好に実現象の再現を行うことが出来た。今後は固液二相系モデルへと改良を行い、山体崩壊や地すべりによる津波発生問題の解析を目的とする。

参考文献

- 1) 越塚誠一：粒子法，丸善，2005
- 2) Abbas Khayyer, Hitoshi Gotoh : Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, *Journal of Computational Physics*, In Press, Corrected Proof, Available online 14 January 2011.
- 3) Ha H. Bui, Ryoichi Fukugawa, Kazunari Sako, Shintaro Ohno : Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32, pp.1537-1570, 2008.
- 4) 久武勝保：トンネル切羽の安定・崩壊挙動に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.517, pp.105-115, 1995