

京都大学工学部 学生員 ○野々田 浩敏  
 京都大学大学院工学研究科 正会員 五十里 洋行  
 京都大学大学院工学研究科 正会員 後藤 仁志

## 1. はじめに

日本は台風・地震の常襲地であり、高潮や津波、高波浪の影響が大きい。大規模の高潮や津波の来襲時に係留索が破断し、係留船舶の漂流・座礁、岸壁への乗り上げといった被害が想定される。こういった被害を抑えるために浮体構造物の合理的な設計方法の確立が急がれている。本稿では、五十里ら<sup>1)</sup>が用いた計算モデルを高精度化し、既往の水理実験<sup>2)</sup>との比較を通じて、本モデルの妥当性を検証する。

## 2. 数値解析の概要

### (1)CMPS-HS法<sup>3)</sup>

CMPS-HS 法は、標準MPS 法に対して、運動量保存性改善のために圧力勾配モデルを修正し、圧力計算の改良のために圧力の Poisson 方程式(PPE)の生成項を高精度化したものである。粒子数密度の実質微分を次のように考慮した。

$$\begin{aligned} \frac{Dn}{Dt} &= \sum_{i \neq j} \frac{Dw(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{Dt} = \sum_{i \neq j} \frac{Dw_{ij}}{Dt} = \sum_{i \neq j} \left( \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_{ij}} \frac{dx_{ij}}{dt_{ij}} + \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial y_{ij}} \frac{dy_{ij}}{dt_{ij}} \right) \\ &= \sum_{i \neq j} \frac{-r_e}{r_{ij}^3} (x_{ij} u_{ij}^* + y_{ij} v_{ij}^*) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $(x_{ij}, y_{ij})$ : 粒子 $j$ の粒子 $i$ に対する相対座標、 $(u_{ij}^*, v_{ij}^*)$ : 粒子 $j$ の粒子 $i$ に対する相対速度である。また、重み関数は、

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (r \leq r_e) \\ 0 & (r > r_e) \end{cases} \quad (2)$$

である。ここに、 $r_e$ は相互作用の計算範囲を与える半径である。式(1)から高精度化した PPE の生成項を導出し直すと、次式のように表される。

$$\langle \nabla^2 p_{k+1} \rangle_i = \frac{\rho}{n_0 \Delta t} \left( \frac{Dn}{Dt} \right) = -\frac{\rho}{n_0 \Delta t} \left( \sum_{i \neq j} \frac{r_e}{r_{ij}^3} (x_{ij} u_{ij}^* + y_{ij} v_{ij}^*) \right) \quad (3)$$

### (2)高次Laplacianモデル<sup>3)</sup>

CMPS-HS 法は、PPE に高精度生成項を適用しているが、式(3)の左辺すなわち圧力の Laplacian は標準MPS 法における

記述のままである。圧力計算をより安定化させるためには、高精度の Laplacian モデルを導出する必要がある。粒子 $i$ における Laplacian は、その粒子において計算される勾配の発散をとることによって定義される。当該粒子における勾配は、

$$\begin{aligned} \langle \nabla \phi \rangle &= \frac{1}{\sum_{i \neq j} w_{ij}} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \phi_i) \nabla w = \frac{1}{\sum_{i \neq j} w_{ij}} \sum_{i \neq j} \phi_{ij} \nabla w; \\ \phi_{ij} &= \phi_j - \phi_i \end{aligned} \quad (4)$$

と表されるので、粒子 $i$ における Laplacian は次式になる。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \langle \nabla \phi \rangle_i &= \frac{1}{n_0} \sum_{i \neq j} (\nabla \phi_{ij} \cdot \nabla w_{ij} + \phi_{ij} \nabla^2 w_{ij}); \\ n_0 &= (n_i)_0 = \left( \sum_{i \neq j} w_{ij} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\phi_{ij}$  と  $w_{ij}$  の勾配は、

$$\begin{aligned} \nabla \phi_{ij} &= \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_{ij}} \mathbf{i} + \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial y_{ij}} \mathbf{j} \\ \nabla w_{ij} &= \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_{ij}} \mathbf{i} + \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial y_{ij}} \mathbf{j} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。一方、

$$\begin{aligned} \nabla^2 w_{ij} &= \nabla \cdot \nabla w_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_{ij}} \left( \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_{ij}} \right) + \frac{\partial}{\partial y_{ij}} \left( \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial r_{ij}}{\partial y_{ij}} \right) \\ &= \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} \left( \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_{ij}} \right)^2 + \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial^2 r_{ij}}{\partial x_{ij}^2} + \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} \left( \frac{\partial r_{ij}}{\partial y_{ij}} \right)^2 + \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial^2 r_{ij}}{\partial y_{ij}^2} \\ &= \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} \left( \frac{x_{ij}^2}{r_{ij}^2} + \frac{y_{ij}^2}{r_{ij}^2} \right) + \left( \frac{2}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} - \frac{1}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) = \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} + \frac{1}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。以上より、式(3)および式(4)、(5)から次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \langle \nabla \phi \rangle_i &= \frac{1}{n_0} \sum_{i \neq j} \left( \frac{2\phi_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} + \phi_{ij} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} + \frac{\phi_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) \\ &= \frac{1}{n_0} \sum_{i \neq j} \left( \phi_{ij} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} - \frac{\phi_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、式(2)を適用すれば、2次元における高次 Laplacian モデルは以下のようになる。

$$\nabla \cdot \langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{1}{n_0} \sum_{i \neq j} \left( \frac{3\phi_{ij} r_e}{r_{ij}^3} \right) \quad (9)$$

### (3)係留索・浮体の運動解析

係留索と浮体の運動解析については、五十里ら<sup>1)</sup>と同様の手法で行った。

## 3. 波浪中の係留浮体運動のシミュレーション

### (1) 計算領域

図-1 に計算領域を示す。用いた境界条件は、五十里ら<sup>2)</sup>とほぼ同じであるが、消波領域を 0.5m 長くした。周期 1.0s, 波高 0.13m の波が造波される。

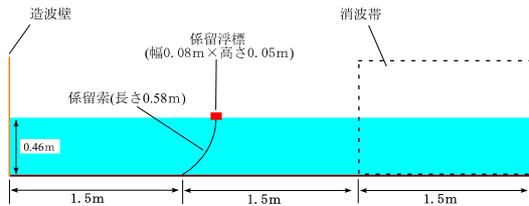


図-1 計算領域

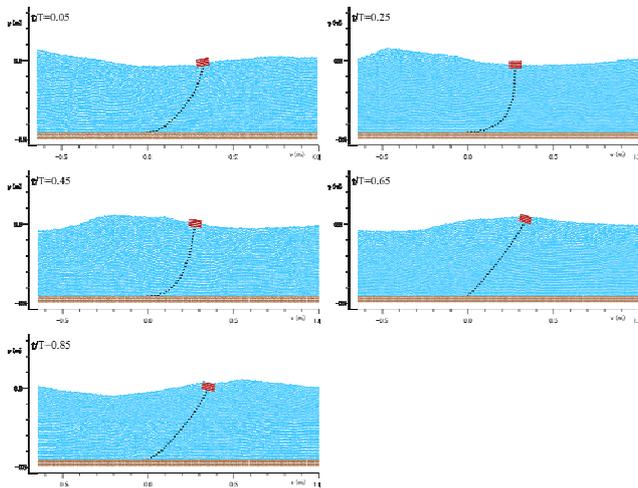


図-2 瞬間像

### (2)計算結果と考察

図-2 に、一周期分の瞬間像を示す。係留索粒子は、見やすいように計算点の位置に水粒子と同じ大きさの粒子を描画して表示している。  $t/T=0.25$  では、浮体は波の谷に存在し、係留索は弛緩状態にある。波峰に差し掛かるとともに、浮体は水面勾配と同じ勾配で傾きながら、岸側へと移動する ( $t/T=0.45$ )。波頂に至ると、浮体はほぼ水没し、係留索は緊張する ( $t/T=0.65$ )。そして、再び係留索は弛緩し、浮体は沖側に移動する ( $t/T=0.85 \sim 0.05$ )。

図-3 に、浮体重心の軌跡の一例を、既往の水理実験<sup>2)</sup>の結果と併せて示す。浮体は時計回りに移動し、その軌跡は、幅、高さ共に約 0.1m の斜め右上に引き伸ばされた楕円を描く。四角形のプロットは、1/10 周期ごとに重心位置を示したものであるが、ほぼ等間隔であることから、一周期内で移動速度はあまり変化しない。

図-4 に、浮体に作用した係留索張力の時系列変化を示す。係留索が弛緩状態にあるとき、計算結果の張力はほぼ一定であり、水理実験結果ほどの変化が見られない。係留索が緊張状態に見られるピーク値は、水理実験結果と概ね良好に対応しているが、計算ではピーク後、一旦張力が減少し、再び増加している。これは、浮体と係留索粒子とを接続するバネにおいて係留索張力を推定しているが、このバネでは質量の異なる二物体をつないでいるため、両端の質点において慣性力が異なり、振動が乗りやすいからであると考えられる。弛緩状態から緊張状態に移行する際には、物体に作用する流体力が大きくなるので、両端の粒子の移動量の差が顕著になり、瞬間的にはあるが張力が過剰に作用しているのだと思われる。しかし、標準 MPS 法の計算結果と比較すると、明らかに高周波のノイズが見られなくなっている。これは圧力擾乱が抑制されたことで浮体に作用する流体力の微小な変動が低減されたからである。

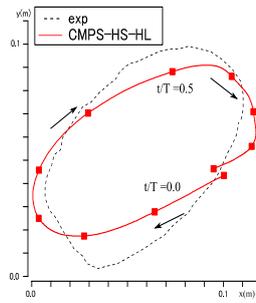


図-3 浮体重心の軌跡

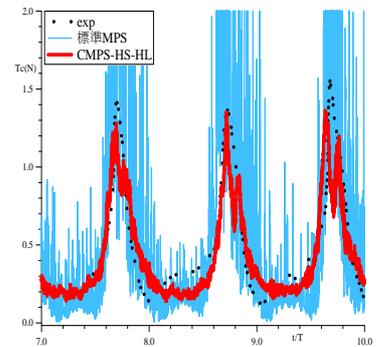


図-4 係留索張力

## 4. 終わりに

本研究では、高精度粒子法を用いて、波浪中の係留浮体の運動の解析を行った。計算結果は、水理実験結果と概ね対応するものであったが、係留索張力については、弛緩状態における再現性が不十分であるので、改善していきたい。

### 参考文献

- 1) 五十里洋行, 後藤仁志: 粒子法による鎖係留浮体シミュレーションの開発, 海岸工学論文集, 第 55 巻, pp.901-905, 2008.
- 2) 重村利幸, 林建二郎, 神崎智志: 外洋に面した海浜上にある係船浮体の挙動について, 海岸工学論文集, 第 34 巻, pp.621-625, 1987.
- 3) A. Khayyer and H. Gotoh: A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method, *Applied Ocean Research*, pp.124-131, 2010.