第II部門　　水文頻度解析モデルの適合度の統計的仮説検定に関する考察

京都大学大学院工学研究科　学生員　○林　敬大
京都大学大学院工学研究科　正員　立川康人
京都大学大学院工学研究科　正員　萬　和明
京都大学大学院工学研究科　正員　Kim Sunmin
京都大学大学院工学研究科　正員　椎葉充晴

1　はじめに　我が国における河川計画の策定の際には，宝・高棹[1)] によって提案された，SLSCによる適合度評価とJackknife法による安定性評価を併用したモデル選択手法が一般的に利用されている．しかしながら葛葉[2)] は，データのサンプル数が大きくなるにつれてSLSCの値は小さくなることを示し，SLSCによって適合度を評価する際にはサンプル数を考慮に入れる必要があることを指摘した．そもそもSLSCによって適合度を評価する際，0.03ではなく0.04という値によって適合度の十分性が判断されることもあるようである．これは，田中・宝[3)] が河川流量に関しては0.04とすべきであると指摘したためであると考えられるが，宝・高棹[1)] と田中・宝[3)] で扱われている水文資料のサンプル数に着目すると，前者が平均して75個程度であるのに対し，後者が平均して42個程度である．田中・宝[3)] は，河川水位から流量換算する際に生じるデータ特性をSLSCの値が比較的大きくなった理由として挙げているが，実はサンプル数が宝・高棹[1)] のものよりも少なかったことがその主な理由として考えられるのである．

そこで本研究では，サンプル数に応じて実際にどのようなSLSCの値で適合度を評価すればよいかを考察するために，統計的仮説検定の導入を試みる．

2　検定統計量としてのSLSC

2.1　2母数型モデルに対するSLSCの棄却域　水文データがある確率分布に従う母集団の実現値であると想定した上で，その確率分布と水文頻度解析モデルが一致するという仮説を帰無仮説，一致しないという仮説を対立仮説とする．そしてSLSCを検定統計量として捉えなおし，有意水準αに対応するSLSCの棄却域をデータの各サンプル数に応じて求め，第一種の過誤を起こす確率を異なるサンプル数に対しても統一的に評価することが本研究の目的である．そのためには帰無仮説のもとでのSLSCの確率分布を知る必要がある．

葛葉[2)] は帰無仮説を単純仮説としたときの正規分布に対するSLSCの確率分布を求めているが，本研究では帰無仮説を複合仮説とした場合のSLSCの確率分布を求める．例えば正規分布に対するSLSCの確率分布は下記の過程によって求める．

1. 正規分布 N(μ^*, σ^*) から N 個のサンプルデータ $\boldsymbol{x^j}$=$(x_1^j, x_2^j, \ldots, x_N^j)$ を発生させる．
2. サンプルデータ$\boldsymbol{x^j}$の真の確率分布を正規分布であると正しく想定する．正規分布モデルのパラメータをある推定法によって求め，推定されたパラメータ $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$ によってサンプルデータを標準化する．
3. SLSCの値 $S_{c,j}$ を求める（プロッティングポジション公式はCunnane式を用いる）．
4. 1〜3 の試行を 10000 回繰り返し，$S_{c,j}(j = 1, 2, \ldots, 10000)$ を得る．
5. 10000個の $S_{c,j}$ の相対度数ヒストグラムを作成し，近似的にSLSCの確率密度関数を得る．

このとき求められるSLSCの確率分布は，データのサンプル数によって異なる（図1）．そのため，SLSCの棄却域はサンプル数に応じて適切に変える必要がある．表1には各有意水準を設定した場合，実際にどのような棄却域によって適合度を評価すればよいかが示されている．また，各SLSC値に対応する超過確率も示されており，棄却域を固定する場合には第一種の過誤を起こす確率がサンプル数によって大きく異なることが分かる．

同様の手順によって，グンベル分布に対するSLSCの棄却域も容易に求めることができる．ただし図2が示すように，想定するモデルによってSLSCの検定統計量としての確率分布が異なるため，モデルによって棄却域が異なることに注意する必要がある．これは，SLSCの式中の順序統計量のばらつきがモデルの形状によって異なるためである．SLSCの値 S_c は次式で与

Hiromasa HAYASHI, Yasuto TACHIKAWA, Kazuaki YOROZU, Sunmin KIM and Michiharu SHIIBA
hayashi@hywr.kuciv.kyoto-u.ac.jp

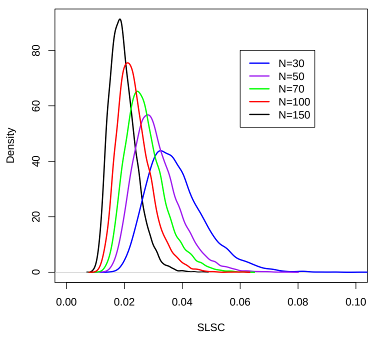

図 1　正規分布･対数正規分布に対するSLSCの確率密度関数（複合仮説，最尤法）

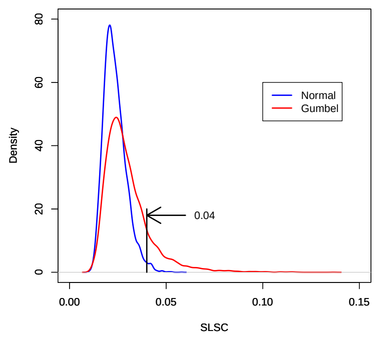

図 2　正規分布，グンベル分布に対するSLSCの確率密度関数（サンプル数100，複合仮説）

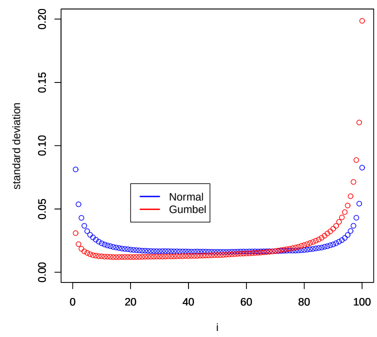

図 3　$\frac{s_{(i)}}{|s_{0.99}-s_{0.01}|}$ の標準偏差（$s_{(i)}$ は推定されたパラメータによって標準化された値）

表 1　2母数型水文頻度解析モデルに対するSLSCの棄却限界値（複合仮説，最尤法）

	正規分布・対数正規分布						グンベル分布					
	有意水準 α			各SLSC値の超過確率			有意水準 α			各SLSC値の超過確率		
N	0.10	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.10	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04
30	0.0517	0.0567	0.0682	0.99	0.78	0.37	0.0681	0.0832	0.1188	0.99	0.82	0.51
50	0.0418	0.0461	0.0551	0.96	0.51	0.13	0.0575	0.0699	0.1010	0.97	0.67	0.33
70	0.0365	0.0402	0.0481	0.88	0.30	0.052	0.0507	0.0607	0.0861	0.92	0.52	0.23
100	0.0313	0.0344	0.0410	0.71	0.13	0.012	0.0446	0.0529	0.0756	0.84	0.39	0.15
150	0.0261	0.0284	0.0338	0.43	0.032	0.0012	0.0380	0.0453	0.0645	0.69	0.24	0.082

えられる．

$$S_c = \frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(s_{(i)} - s^*_{(i)})^2}}{|s_{0.99} - s_{0.01}|}$$

ここに，$s_{(i)}$ はサンプルデータの標準変量，$s^*_{(i)}$ は $s_{(i)}$ の期待値で，プロッティングポジション公式によって求められる．図3を見ればわかるように，グンベル分布のような右裾の長い分布は，その右裾部分で順序統計量のばらつきが大きくなる．結果として，図2が示すように検定統計量としてのSLSCの値が大きくばらつくことになるのである．

2.2　3母数型モデルに対するSLSCの棄却域　水文頻度解析においてよく扱われる3母数型モデルにはGEV分布，ピアソン3型分布，対数ピアソン3型分布が挙げられるが，これらのモデル分布は位置母数，尺度母数に加えて，形状母数を持つ．形状母数の値によってモデルの形状が変わり，全く別のモデル分布としてふるまうため，形状母数を自由母数とした複合仮説を導入することはできない．形状母数をあらかじめ固定母数として与えたモデルを考えれば，なおSLSCを検定統計量とした適合度の統計的仮説検定を行うことは可能となるが，実際にどのような固定母数を与えればよいか，客観的判断に窮する．また形状母数を自由母数として扱ったほうがモデルとして良くなる場合もあるにもかかわらず，その可能性を捨てることになる．

3　おわりに　第一種の過誤を異なるサンプル数に対して統一的に評価するためには，ある定められた有意水準に対するSLSCの棄却域によって適合度を判定すべきである．2母数型のモデルに対してはSLSCを検定統計量とした適合度の統計的仮説検定が容易に実装可能である．しかしながら，検定統計量としてのSLSCの確率分布は想定するモデルの形状によって異なるため，3母数型のモデルに対する，形状母数を自由母数とする複合仮説を帰無仮説とした統計的仮説検定は，SLSCを検定統計量とした場合には困難となる．

参考文献

1) 宝馨, 高棹琢馬: 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準, 土木学会論文集, No.393/II–9, pp.151–160, 1988.
2) 葛葉泰久: 治水計画策定における統計的手法—SLSC及び費用便益分析に関する考察—, 土木学会論文集B, Vol.66, No.1, pp.66–75, 2010.
3) 田中茂信, 宝馨: 河川流量の頻度解析における適合度と安定性の評価, 水工学論文集, Vol.43, pp.127–132, 1999.