

大阪大学大学院 学生員 ○松岡 弘大
大阪大学大学院 正会員 貝戸 清之

1. はじめに

列車走行時の橋梁振動や橋梁を通過する際の列車振動では、荷重や支持条件が変化することで系の特性が変動する場合がある¹⁾。前者については共振現象に影響を及ぼす。また、後者については、その変動を利用し走行する列車振動を用いた橋梁の振動特性の同定への応用が考えられる。このような振動特性の変動を含む時系列では、その変化時点や変化前後の振動特性を把握することが重要となる。しかしながら、固有振動数などの振動特性は、ある時間領域中の動的挙動を正弦波の重ね合わせで仮定しているために、ある時点での瞬間的な評価を行うことが困難であった。これに対して、近年、情報工学の分野における推計アルゴリズムの高度化²⁾、および計量経済分野におけるベイズ統計学に発展により³⁾、時系列中の変動評価に利用可能な要素技術が提案されている。

このような問題意識のもとに、本研究では、振動特性がある時点で変動するような時系列を対象に、AR モデルの逐次推計と動的モデル選択、さらに混合ガウス分布を利用したクラスタリングにより、変動前後の振動特性を評価する手法の構築を行い、数値計算例を通して基本的な性能を明らかにする。

2. 振動特性の変動評価手法

運動方程式が

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

で定義される N 自由度離散系を考える。なお、 $\mathbf{M}$ ：質量行列、 $\mathbf{C}$ ：減衰行列、 $\mathbf{K}$ ：剛性行列である。いま、式(1)中の可観測で 1 入力 1 出力な点を考え、さらに入力応答を白色雑踏と仮定する。このとき AR 過程として、任意の k に対して

$$\mathbf{u}(k) + \sum_{n=1}^{2N} a_n \mathbf{u}(k-n) = \varepsilon(t) \quad (2)$$

が成り立つ。ここで、 a_n は AR 係数である。また、系の固有値 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]$ は、

$$\lambda^n + a_1 \lambda_{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0 \quad (3)$$

の解として得ることができる。さらに、固有円振動数 ω

とモード減衰比 ζ はそれぞれ、

$$\omega = \frac{1}{\Delta t} \{ \text{Re}(\ln \lambda)^2 + \text{Im}(\ln \lambda)^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\zeta = \frac{-\text{Re}(\ln \lambda)^2}{\{ \text{Re}(\ln \lambda)^2 + \text{Im}(\ln \lambda)^2 \}^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

により算出される。

逐次推計に際しては、観測した時系列

$$\mathbf{u} = [u(1), u(2), \dots, u(K)]^T \quad (6)$$

から、セッション時系列、

$$\mathbf{w}_j = [\mathbf{w}_{j1}, \mathbf{w}_{j2}, \dots, \mathbf{w}_{jT}] \quad (j = 1, 2, \dots, J) \quad (7)$$

を作成し、各 j に対してパラメータを推計する。なお、セッション時系列と観測した時系列は、

$$\mathbf{w}_j(t) = \mathbf{u}(j+t-1) \quad (8)$$

の関係を有する。各セッション時系列における AR 係数は比較的少ないサンプル数で高い精度が得られるバーク法を用いて近似的に最尤推計する。さらに AR 係数の次数の決定に際しては、

$$T \ln(2\pi\sigma^2) + T + 2(2N+1) \quad (9)$$

で表される AIC が最小のものを選定する。ここで、 T はセッション長さ、 N は AR 次数、 σ^2 は誤差関数の分散の推計値ある。

変動前後の振動特性を別々に評価するためには、それぞれを分類する必要がある。本研究では混合ガウス分布、

$$p(x) = \sum_i \pi_i \mathcal{N}(x | \mu_i, \Sigma_i) \quad (10)$$

を当てはめることで、分類を行うとともに、変動前後の振動特性の平均 μ_i 、分散 Σ_i をいったパラメータを抽出する。なお、 $\mathcal{N}$ はガウス分布を、 π は混合率を示す。本研究では得られたパラメータ時系列のうち、特に固有振動数に着目する。潜在変数を有する混合ガウス分布の当てはめに際しては EM アルゴリズム³⁾を用いていることとする。

3. 数値計算例

2. で示した手法の有効性を人工的に作成した時系列データを用いて検証する。作成した時系列波形を図-1 に示

表-1 時系列データの振動特性

	該当サンプル	固有振動数 (Hz)	モード減衰比
レジーム 1	1-1000	0.140 (0.138), 0.110 (0.109)	0.0224 (0.0200), 0.0289 (0.0309)
レジーム 2	1001-2000	0.085 (0.085)	0.0738 (0.0878)
レジーム 3	2001-3000	0.140 (0.138), 0.110 (0.109)	0.0224 (0.0199), 0.0289 (0.0329)

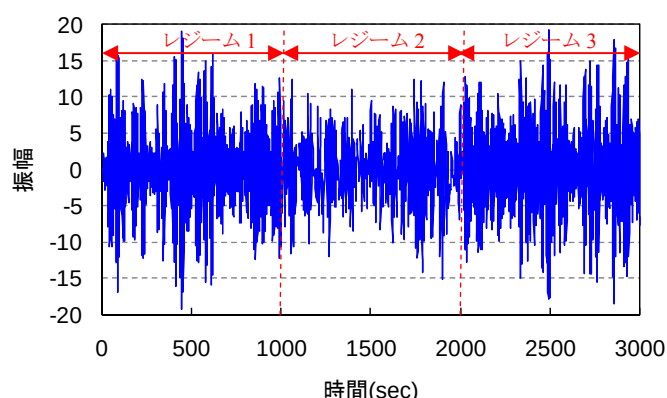


図-1 時系列波形

す。時系列波形は合計 3000 個のサンプルから成っている。1 から 1000 までのレジーム 1, 1001 から 2000 までのレジーム 2, 2001 から 3000 までのレジーム 3 で、振動特性が異なっている。なお、レジーム 1 とレジーム 3 は同じ振動特性としている。これらの時系列の振動特性を表-1 に示す。時系列データの作成は、表-1 に示す固有振動数とモード減衰比から AR 係数を逆算し、この AR 係数を用いたデジタルフィルタに、ランダム応答を通過させることで有色化している。表-1 には各レジームごとに AR モデルで推計し直した値を()内に示しており、通常の推計であれば AR モデルによりパラメータを精度よく同定できることがわかる。

図-2 に本手法の適用結果を示す。解析条件として、セッション時系列長を 100sec とした。2 つのレジームの波形を含むセッションは遷移区間として示している。混合ガウス分布の混合数は 2~9 までで AIC が最小となった 8 とし、図中には混合率 π_i が高い上位 3 つの分類を示した。また、凡例には平均値と分散を合わせて示しているが、各分類の平均値と固有振動数がよく一致していることがわかる。振動特性の変化時点を図-3 に示す。図-3 は 10 セッション中における各分類の含有率を示している。特に分類 1, 2 と分類 3 の値が逆転する地点をレジーム変化地点とした場合、最初の変化をセッション番号 940~950, 2 回目の変化をセッション番号 1940~2000 として特定することが出来ている。

4. おわりに

本研究では、振動特性が変動するような時系列に対し

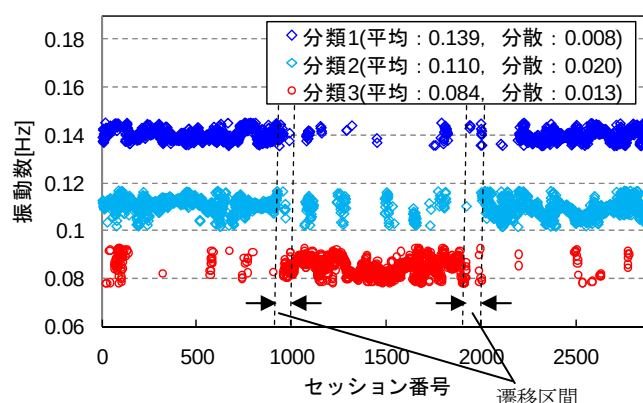


図-2 適用結果

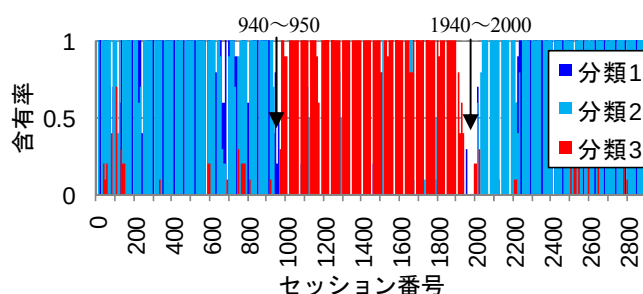


図-3 レジーム変化時点の特定

て、逐次推計とクラスタリングにより変動前後の振動特性を別々に同定する手法を構築するとともに、数値計算例により、その有効性を確認した。一方で、今後の課題として、列車走行時の橋梁応答や、橋梁通過時の列車の応答などの実データに対する適用が挙げられる。さらにに各セッション間で推計されるモデル間の関係をモデル推移確率として導入することにより、モデル推移確率が大きく変動するような時点を異常時点として抽出するような応用方法が考えられる。

参考文献

- 1) 松岡弘大, 貝戸清之, 杉崎光一, 渡辺勉, 曾我部正道; 走行列車荷重を利用した振動モニタリングによる開床式橋梁の振動特性の同定, 応用力学論文集, 土木学会, Vol. 12, pp. 983-994, 2009.
- 2) K. Yamanishi and J. Takeuchi: A unifying framework for detecting outliers and change-points from non-stationary time series data, *Proceeding of the Ninth ACM SIGKDD*, ACM Press, pp.389-394, 2001.
- 3) Christopher M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006.