

京都大学工学部 学生員 ○中祖 正三  
 京都大学大学院工学研究科 フェロー 細田 尚

### 1. はじめに

本研究は、交通流の流体モデルと開水路流れの基礎式の類似性に注目して、水面形解析法などの水理学的手法の交通流の流体モデルへの適用可能性について検討したものである。慣性項と圧力項を考慮した交通流の流体モデル（ダイナミック・モデル）を基本モデルとして考え、定常状態を仮定した場合、開水路流れの水面形方程式と同等の交通流の密度分布方程式を導くことができる。この水面形方程式を用いて、交通流の場合には等流密度が二つ存在すること、二つの等流密度と限界密度の大小関係により分布パターンを三通りに分類できること、限界密度においてフルード数が1となること等、開水路流れとの類似点と相違点を指摘した。さらに、追従モデルの一種である最適速度モデルを用いたシミュレーションを行い、その結果と密度分布パターンを比較することにより、両者の関係について考察した。

### 2. ダイナミック・モデルの基礎式

ダイナミック・モデルの基礎式は次のように交通流密度の保存則と運動方程式から構成される[1,2].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{T} (U(\rho) - u) - \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (2)$$

ここに、 $t$ :時間、 $x$ :空間座標、 $\rho$ :車の平均密度、 $u$ :車の平均速度、 $T$ :ドライバーの反応時間に相当する定数、 $a$ :反応時間と密度に依存した定数(圧縮性流体の音速に対応)、 $U(\rho)$ :最適速度関数である。

運動方程式(2)の左辺は、追従モデル[2,3]の加速度項(慣性項)に対応しており、右辺の密度勾配項とともに追従モデルの一つである Newell モデルから導くことができる[3]。交通工学でよく用いられている Lighthill&Whitham モデルは式(2)中の左辺と右辺の密度勾配項を無視した場合であり、キネマティック・モデルと呼ばれる。これは、河川洪水流のダイナミック・ウェーブモデルとキネマティック・ウェーブモデルの関係に対応している。

### 3. 定常交通流の空間密度分布方程式の誘導とその基本特性

簡単のため最適速度関数として式(3)で与えられる Greenshields の式[3]を用いる。定常状態を考えると、質量保存則は次の流量一定の連続式(4)となる。

$$U(\rho) = u_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) \quad (3) \quad \frac{d\rho u}{dx} = 0, \rho u = q = \text{const} \quad (4)$$

これらの関係式を用いて式(2)を変形すると、定常交通流の空間密度分布方程式(5)が得られる。

$$\frac{d\rho}{dx} \left( a^2 - \frac{q^2}{\rho^2} \right) = \frac{1}{\tau} \left( u_{\max} \rho \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) - q \right) \quad (5)$$

上式の右辺=0 とおいた関係式が等流密度の関係式であり、左辺の括弧=0 とおいた関係式が限界密度の関係式である。力学的な意味は水理学の水面形方程式の場合と同様である。次式で定義される等流密度、限界密度を用いると空間密度方程式は式(8)となる。

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)_{o\pm} = \frac{q_{\max} \pm \sqrt{q_{\max}^2 - 4qq_{\max}}}{2q_{\max}} \quad (6)$$

$$a^2 - \frac{q^2}{\rho_c^2} = 0, \left(\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)_c = \left(\frac{q}{\rho_{\max}a}\right)^2 \quad (7)$$

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{-\frac{q_{\max}}{\tau} \left(\frac{\rho}{\rho_{\max}} - \left(\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)_{o+}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_{\max}} - \left(\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)_{o-}\right)}{a^2 \left(1 - \frac{\rho_c^2}{\rho^2}\right)} \quad (8)$$

等流密度と限界密度の大小関係から式(8)の解のパターンの一例を示せば図-1 のようになる。

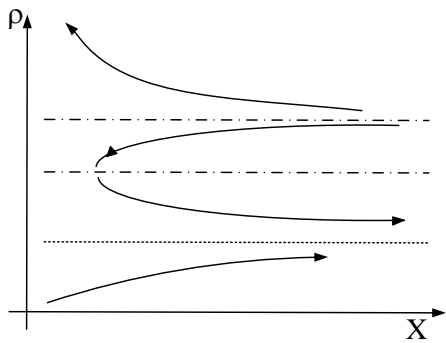


図-1 空間密度分布パターンの一例

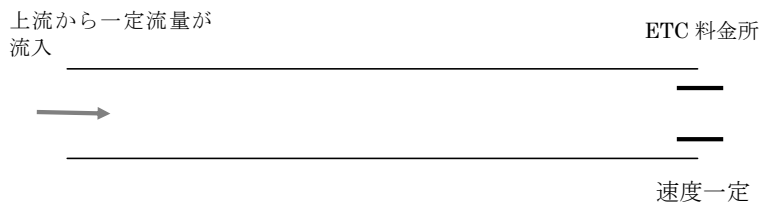


図-2 数値実験で想定している状況

#### 4. 数値実験との比較

追従モデルを用いた数値実験を行い、計算結果と上述した空間密度分布パターンを比較する。数値実験は図-2 に示した状況を想定して行われた。追従モデルとして最適速度モデル[1]を用いた。最適速度関数は tanh 型を用い、ETC 料金所の上流 100 区間の平衡速度を 7(km/hr)と 6.5(km/hr)、それより上流の平衡速度を 60(km/hr)とした。上流側に 50 台の車を 30(m)間隔で置き、初期速度 60(km/hr)としてシミュレーションを実施した。数値実験の結果を図-3、図-4 に示した。これらの結果は定性的には図-5 のように解釈できる。

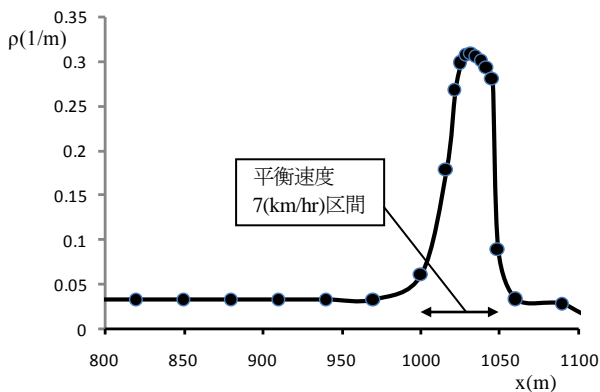


図-3 空間密度の連続的な遷移

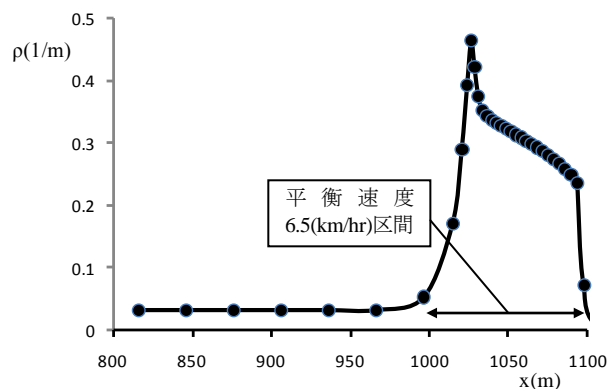


図-4 空間密度の連続的な遷移

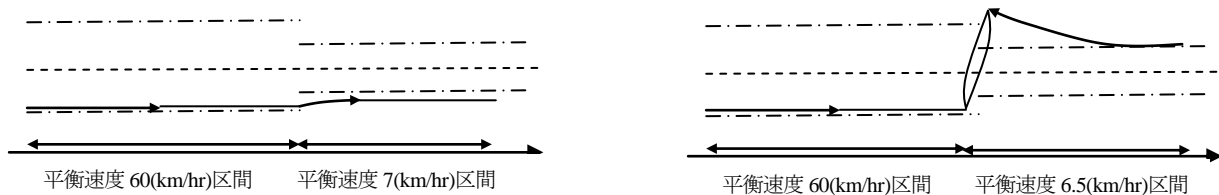


図-5 空間分布の定性的解釈 (左：図-3, 右：図-4)

5. おわりに： 今後、サグ部の特性解析や非定常流解析法の検討を行いたい。

参考文献 1. 杉山雄規, [特集]交通流, 交通流の物理, 日本流体力学会誌 ながれ 22, pp.95-108, 2003. 2. 西成活裕: よくわかる渋滞学, ナツメ社, 2009. 3. 佐々木綱監修, 飯田恭敬編著: 交通工学, 国民科学社, 1992.