

京都大学工学部

学生員

永井 克明

京都大学学術情報メディアセンター

正会員

牛島 省

1. はじめに

水工学分野の流体計算では、ニュートン流体を用いることが一般的である。しかし、土石流や泥流、溶岩流は清水流とは異なる性質をもち、非ニュートン流体として扱われる^{1) 2)}。また、液状化土が擬塑性流体としての性質を有することが明らかになっている³⁾。このように、土木工学に関係する種々の流動現象をニュートン流体として記述することは難しい。さらに、自然界における流動現象は自由液面を有する場合が多いことから、自由液面を有する非ニュートン流体の流動特性を解明することは重要であると考えられる。

非ニュートン流体の代表的な例として、土木工学ではビンガム塑性流体がしばしば取り上げられている⁴⁾。そこで、自由液面を有するビンガム塑性流体について着目する。本論文では自由液面を有する非圧縮性ビンガム塑性流体の数値モデルを移動一般座標系上において有限体積法により離散化し、数値解を求める手法を提案する。そして、容器内の自由液面流れに対して本手法を適用し、その有効性を確認する。

2. 数値解析手法

(1) 移動一般座標系における基礎式

本論文で取り扱う流れの基礎式として、移動一般座標系で表示された連続式、強保存型のコーシーの運動方程式、幾何学的保存則を用いる。

$$\int_{\partial V_0} J U_m n_m dS_0 = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \int_{V_0} \frac{\partial(J u_i)}{\partial t} dV_0 + \int_{\partial V_0} J(U_m - V_m) u_i n_m dS_0 \\ &= -\frac{1}{\rho} \int_{\partial V_0} J \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} p n_m dS_0 + \frac{1}{\rho} \int_{\partial V_0} J \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \tau_{ij} n_m dS_0 \\ &+ \int_{V_0} f_i J dV_0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\int_{V_0} \frac{\partial J}{\partial t} dV_0 = \int_{\partial V_0} J V_m n_m dS_0 \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 ρ は密度、 p は圧力、 τ_{ij} は偏差応力の (i, j) 成分、 f_i は単位質量に作用する体積力の x_i 成分である。 ξ_m は2次元一般座標系の座標成分、 J は変換のヤコビアンである。 V_0 は写像空間における領域、 n_m は領域 V_0 上の外向きの単位法線ベクトルの ξ_m 成分である。

u_i は直交座標系における x_i 方向の流速成分、 U_m は流速の反変成分、 V_m は領域の移動速度の反変成分である。以下では ρ は一定であるとする。式(3)は積分形の幾何学的保存則と呼ばれ⁵⁾、流体計算セルの体積変化が各面の掃く体積の和に等しいことを意味する。本論文では、セル境界の移動速度は式(3)を満足するように定める。

(2) ビンガムモデル

せん断速度テンソルの (i, j) 成分を $\dot{\gamma}_{ij}$ とすると、ビンガムモデルでは τ_{ij} と $\dot{\gamma}_{ij}$ は以下の関係で表される。

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \tau_0 + \eta_p \dot{\gamma}_{ij}, & |\tau| \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma}_{ij} = 0, & |\tau| < \tau_0 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 τ_0 はビンガム降伏値、 η_p は塑性粘度である。 $|\tau|$ は偏差応力テンソルの大きさであり、次式で定義される。

$$|\tau| = \left[\frac{1}{2} \sum_{1 \leq i, j \leq \dim} \tau_{ij}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

\dim は次元数を表し、本論文では $\dim=2$ である。式(4)は、応力が τ_0 以下では流動に抵抗する構造ができ、 τ_0 を超えるとその構造が壊れてニュートン流体のように流れることを意味する。

式(4)では、関数が $|\tau| = \tau_0$ で不連続であり、数値解析においてセル毎の $\eta(|\dot{\gamma}|)$ を求めるのが難しい。そのため、本報では Papanastasiou⁶⁾ が提案した次式を用いることにした。

$$\tau_{ij} = \left[\eta_p + \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} (1 - e^{-m|\dot{\gamma}|}) \right] \dot{\gamma}_{ij} \quad (6)$$

ここで、 m は応力成長指数 (stress growth exponent) と呼ばれ、時間の次元をもつ。本論文では $m = 1000(\text{s})$ を用いる。なお、 $|\dot{\gamma}|$ はせん断速度テンソルの大きさであり、式(5)と同様に定義される。

式(2)を有限体積法によりコロケート格子上で離散化し、MAC系解法に基づく予測段階、圧力計算段階、修正段階の演算を順に適用する⁷⁾。移流項の離散化には5次精度 FVM-QSI スキームを用いる。また、圧力計算段階では非圧縮条件を精度良く満足させるため、C-HSMAC法により圧力計算を行った。

3. 数値解析手法の適用性

本研究で提案する計算手法がニュートン流体およびビンガム流体の自由液面変動を適切に表現できることを確

認するため、底面が移動壁となる容器内部の流動とそれに伴う自由液面形状の計算を行う。

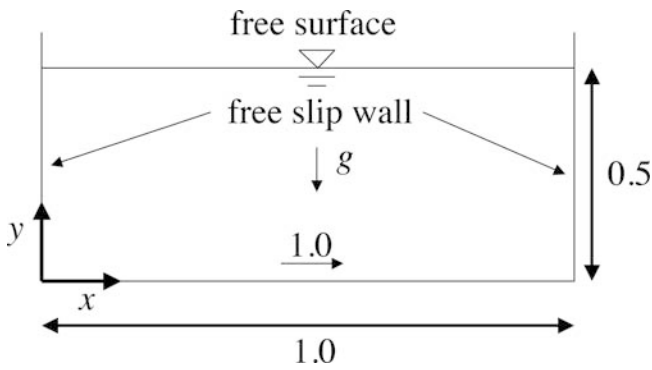


図-1 計算条件と座標系

図-1 に示すように、両側面は摩擦が作用しない壁とし、底面は移動速度 1.0 の移動壁とする。容器幅を 1.0、初期水深 0.5 とし、ニュートン流体とビンガム流体の粘性は、移動速度と初期水深に基づくレイノルズ数が 50 となるように設定した。重力加速度は 10.0 とし、液面では表面張力の影響はないものとした。流体の計算セル数は 15×15 とし、境界適合座標系を利用して壁面近傍で格子間隔が密になるように配置した。静止状態を初期値とし、 $t=20.0$ まで計算を行った。ニュートン流体および $Bn=1.0$ のビンガム流体を用いた 2 種類の計算を行い、結果を比較した。

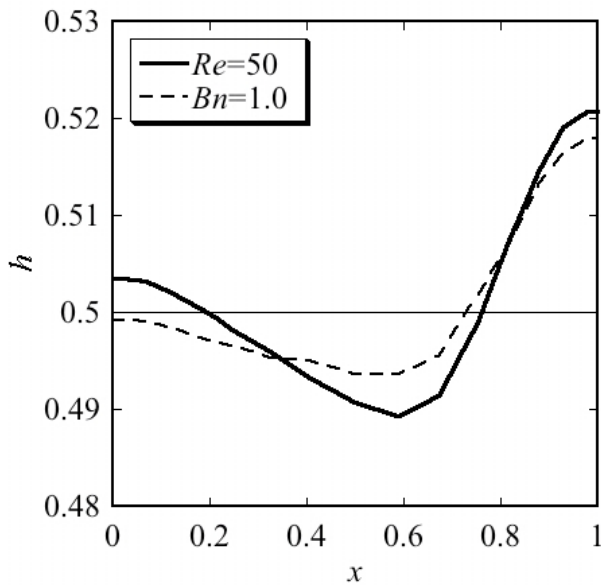
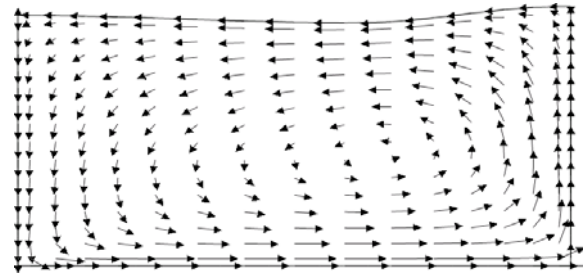
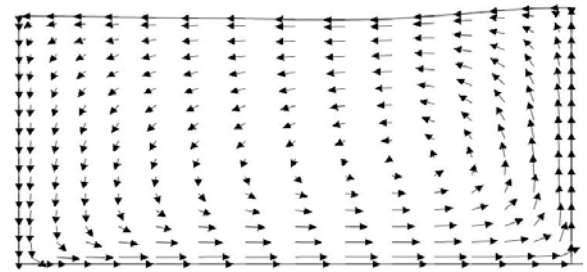


図-2 水深 h の分布

図-2 は、 $t=20.0$ における水深 h の x 方向の分布を比較したものである。また、図-3 にニュートン流体およびビンガム流体の流速ベクトルの分布を示す。ビンガム流体ではニュートン流体と比べて初期水深からの液面変位量が小さくなる結果が得られた。



(a) ニュートン流体



(b) ビンガム流体 ($Bn=1.0$)

図-3 流速ベクトルの分布

4. おわりに

本論文では自由液面を有する非圧縮性ビンガム塑性流体の数値モデルを移動一般座標系上において有限体積法により離散化し、数値解を求める手法を提案した。今後は、実験値との定量的な比較を行う必要がある。その他の検討課題として、ビンガムモデルにおける降伏応力を越えない領域を適切に表現する手法の開発が挙げられる。

参考文献

- 1) 中谷健, 由比政年, 石田啓. ビンガム流体モデルを用いた溶岩流の流動・体積過程の数値計算. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 733-738, 2005.
- 2) 大本照憲, 崔志英. 非ニュートン流体特性に着目した砂堆河床上の高粘性流れについて. 応用力学論文集, Vol. 8, pp. 855-864, 2005.
- 3) R. Uzuoka, A. Yashima, T. Kawakami, and J. M. Konrad. Fluid dynamics based prediction of liquefaction induced lateral spreading. *Computers and Geotechnics*, Vol. 22, pp. 243-282, 1998.
- 4) 小門武, 細田尚, 宮川豊章, 藤井學. スランプフロー試験によるフレッシュコンクリートの降伏値評価法の研究. 土木学会論文集, Vol. 578/V-37, pp. 19-29, 1997.
- 5) P. D. Thomas and C. K. Lombard. Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids. *AIAA Journal*, Vol. 17, pp. 1030-1037, 1979.
- 6) T.C. Papanastasiou and A.G. Boudouvis. Flows of viscoplastic materials: models and computations. *Computers & Structures*, Vol. 23, pp. 677-694, 1997.
- 7) 牛島省, 竹村雅樹, 禰津家久. コロケート格子配置を用いた MAC 系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.