

大阪市立大学工学部 学生員 竹岡 佑介

大阪市立大学大学院工学研究科 学生員 中條 壮大

大阪市立大学大学院工学研究科 正会員 重松 孝昌

## 1. 研究背景および研究目的

複雑な形状の物体周りの流れを数値解析する手法としては、固体形状に合わせて格子形状を変化させる境界適合格子や非構造格子を用いた有限要素法などが一般的に知られている。しかし、その計算負荷、計算精度および格子生成の点からより簡単に短時間で数値解析可能な手法が数多く提案されている。その中で直交格子法を用いて複雑形状周りの流れを精度よく再現することが可能である IB (Immersed Boundary) 法の利用が近年盛んに進んでいる。

本研究では、計算負荷の少ない直交格子法で複雑な固体境界周りの流れを再現可能な IB 法を導入した二次元数値モデルを構築し、その妥当性について検証することを目的とする。

## 2. IB 法を用いた解析手法について

IB 法は、固体境界上で定義される Lagrange 格子から、その近傍の直交格子上に強制的に力  $F$  を作用させることで固体境界条件を満足させる。すなわち、強制力  $F$  を加えた以下の非圧縮性 Navier-Stokes (NS) 式と連続の式を解く。

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u \right] = -\nabla P + \mu \nabla^2 u + G + F \quad (2)$$

ここに、 $\rho$  は流体密度、 $u$  は流体速度、 $P$  は圧力、 $\mu$  は流体の粘性係数、 $G$  は重力等の外力項である。本研究では、時間・空間精度がいずれも 2 次精度を保持するように、基礎方程式の時間差分には Adams-Bashforth 法を用い、空間差分には中心差分を用いた。SMAC 法のスキームに従い、式 (2) から予測流速を算定し、MICCG 法を用いて圧力のポアソン方程式を解いて修正圧力を求め、予測流速と修正圧力より次時刻の流速を算定した。一方、予測流速の算定に先駆け、強制力項の算定が必要となる。その算定手順として、まず、Silva *et al.*<sup>1)</sup> により提案されている PVM (Physical Virtual Model) を参考に Lagrange 格子上で式 (2) が

成立するように  $F$  を決定する。その際、Lagrange 格子における流速、圧力は、固体内部領域も含めた周辺の直交格子上データから重み付け関数 (分布関数) を用いて補間して求めた。また、これらの 1 次・2 次の空間微分値は固体外部の直交格子上のデータより Lagrange 補間した。その後、Lagrange 格子近傍の直交格子上の NS 式に付与すべき強制力  $F$  を、Lagrange 格子上の強制力  $F$  から上記の分布関数を介して算定した。このような強制力算定手順を経ることで流体・固体間相互作用 (流体力と抵抗力) は自然に表現され、境界条件は厳密に満足される。また計算過程において固体に作用する流体力を算定可能であるという大きなメリットを有している。

## 3. 流体運動の解析精度の検証

流体運動の計算制度を検証するため、平行平板間を流れる流れの計算を行った。平板間距離を  $L$ 、流下方向長さ  $2L$  を計算対象領域とし、平板上には non-slip 条件を、流入・流出境界には周期境界条件を課した。計算領域を  $\Delta x/L = \Delta y/L = 1/100$  となるように分割し、 $\rho = 1.0 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$ 、 $\nu = 1.0 \times 10^{-6} [\text{m}^2/\text{s}]$  としてレイノルズ数  $Re$  を変えて計算を行った。

図-1 は、 $Re = 100$  で十分に発達したポアズイユ流の計算結果と理論界の比較を示したものである。理論界との差は 0.1% で、本研究で用いた流体計算は十分な精度を有していると判断される。

## 4. 流体・構造物相互作用力の計算

ここでは、一方向流中に設置された円柱周りの流れを対象として計算を行い、既往の実験結果および

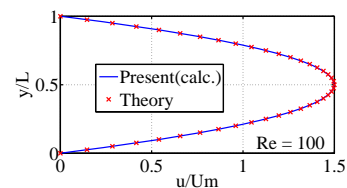


図-1 理論解との比較

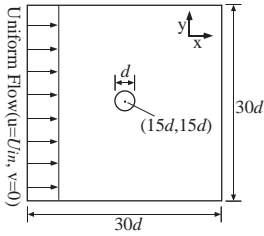


図-2 計算領域

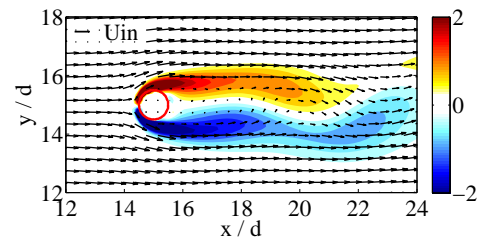
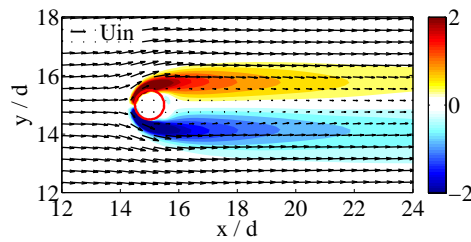


図-3 瞬時の流況と温度分布 (左:  $Re = 40$ , 右:  $Re = 50$ )



図-4 円柱の抗力係数  $C_D$  と Reynolds 数  $Re$  の関係

数値計算結果との比較を行った。予め、直径  $d$  の円柱周りの流体運動が境界条件の影響をほとんど受けない計算領域の大きさを検討し、図-2 に示すような  $30d \times 30d$  の計算領域の中心に円柱を設置して計算を行った。上流端 (同図の左端) で一様流速  $U_{in}$  を与え、流出境界には Sommerfeld の放射条件を、上下の境界条件には slip 条件を課した。計算結果は、計算格子の分解能に依存すると考えられるので、Lagrange 格子幅  $\Delta k$  と直交格子幅  $\Delta x = \Delta y$  に関する既往の知見を参照し、 $d/\Delta x$  を変化させて円柱に作用する抗力係数  $C_D = 2F_x/(\rho U_{in}^2 d)$  ( $F_x$ : 抗力) を求めた。

表-1 は  $Re = 80$  における検討結果を示したものである。同表によれば、 $d/\Delta x \geq 10.0$  の条件では、格子分解能に依存することなくほぼ一定の抗力係数が得られると判断される。これより、以後の計算では  $d/\Delta x = 10$ 、 $\Delta k/\Delta x = 0.523$  とし、 $Re = 10 \sim 1000$  の範囲で計算を行った。

図-3 は、 $Re = 40$  および  $Re = 50$  の場合の無次元渦度  $\omega^* = (\partial u/\partial y - \partial v/\partial x)/(U_{in}/d)$  および流速の分布を示したものである。 $Re = 40$  では流れは上下対象な分布を示すが、 $Re = 50$  では非対称となり円柱後流域に

表-1 格子解像度依存性

$Re = 80$	$d/\Delta x$	$\Delta k/\Delta x$	$C_D$
Case-1	5.00	0.262	1.295
Case-2	6.33	0.349	1.382
Case-3	8.33	0.436	1.413
Case-4	10.0	0.523	1.426
Case-5	13.3	0.698	1.427

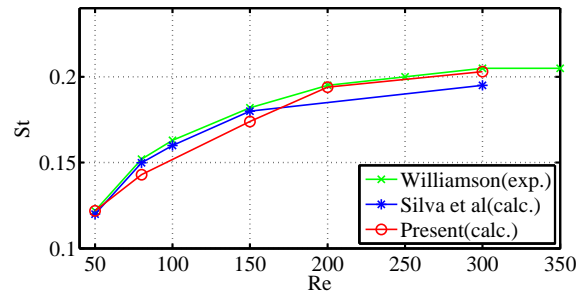


図-5 Strouhal 数  $St$  と Reynolds 数  $Re$  との関係

Karman 渦が発生していることが確認できる。既往の研究<sup>2)</sup>によれば、Karman 渦の発生条件は  $Re \geq 49$  程度であるとのことであるから、本計算結果はこのような知見と合致していると言える。

図-4 は円柱に働く抗力係数  $C_D$  と Reynolds 数  $Re$  の関係を示している。同図より、本モデルは  $Re = 10 \sim 300$  程度までは既往の実験や数値解析結果と良好に一致している。図中の  $Re = 1000$  では既往の実験結果と異なる値を示すが、この程度の Reynolds 数になれば流れの3次元性が顕著に現れることから2次元モデルでは解析が困難であることが既往研究<sup>2)</sup>で示されている。図-5 は、カルマン渦の放出周波数  $f$  に関する無次元量である Strouhal 数  $St = fd/U_{in}$  と Reynolds 数  $Re$  との関係を示したものである。同図より本モデルの解析結果は既往の実験、数値解析結果と良好に一致し Reynolds 数が増加するに従い、Strouhal 数が 0.2 程度に収束していくのが見て取れる。

## 5. 結論

本研究では直交格子法で固体境界条件を厳密に満足させて計算が可能な IB 法を用いて数値モデルを構築した。本モデルを単一円柱周り流れの解析に適用した結果、抗力や後流域で形成される渦の周期などと Reynolds 数の関係は既往の知見と一致することを確認しモデルの妥当性を示した。

### 参考文献

- 1) Lima e Silva, A. L. F. et al : J. Comp. Phys. 189, pp.351-370, 2003.
- 2) Williamson, C. H. K., Annu. Rev. Fluid Mech., 28, pp.477-539, 1996.