

京都大学大学院	学生会員	○原田 大輔
京都大学大学院	正会員	大西 正光
京都大学大学院	フェロー会員	小林 潔司

## 1. はじめに

本研究では、危険中立的な企業が直面する複数リスク下において、企業にとって最適なリスクヘッジ戦略がどのような行動であるかを分析する。企業は、保険可能リスクには保険により、保険不可能リスクには流動性保有することでリスクをヘッジし、企業の非効率な清算を回避することができる。保険や流動性保有によるリスク移転を明確にし、両リスクヘッジ戦略の補完関係を明らかにする。

## 2. 基本モデル

### a) モデルの前提条件

プロジェクトを実施する3期モデルを定式化する。モデルで想定する経済主体はすべてリスク中立的である。企業がプロジェクトを実施するためには、初期投資が必要であり、企業は自己資本を保有していない。第0期に融資者との負債契約によって、初期投資のための資金を調達する。第1期には、第0期に確定的には予期できない追加投資が必要となり、流動性資産を調達しなければならない。これを流動性ショックと呼ぶ。本研究では、流動性ショックのリスク要因として、保険でヘッジできないリスク  $X_1 \in \{0, \rho\}$ 、保険によりヘッジ可能なリスク  $X_2 \in \{0, \varepsilon, 2\varepsilon\}$  を想定し、企業が直面する流動性ショックの合計は  $X = X_1 + X_2$  で表すとする。企業に生じる流動性ショック  $X \in \{0, \varepsilon, \rho, 2\varepsilon, \rho + \varepsilon, \rho + 2\varepsilon\}$  に対応する確率を  $q(i=1\dots6)$  とする。さらに、保険可能なリスクと保険不可能なリスクは独立であると仮定する。追加投資を実施すれば、企業は第2期まで継続する。一方、追加投資しない場合は、企業は清算される。企業が存続した場合の第2期では、企業は第三者には観察できない努力水準に依存して確率的に収益を獲得する。企業は確率  $p_H, p_L$  でプロジェクトが成功し収益  $R$  を獲得する。一方、確率  $1-p_H, 1-p_L$  でプロジェクトは失敗し、収益は0となる。ただし、 $p_H > p_L$  とし  $p_H, p_L$  はそれぞれ企業の努力有、無によりプロジェクトが成功する確率である。負債契約では、

プロジェクトが成功した場合に企業が融資者に返済する額  $D_0$  が取り決められる。融資者は、企業の努力水準を観察できない。そのため、企業のモラルハザードが生じる可能性があり切な返済スキームを設計する必要がある。企業に努力のインセンティブを与えるためには、約定返

済額  $R - D_0$  が

$$p_H(R - D_0) \geq p_L(R - D_0) + B \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow D_0 \leq R - \frac{B}{\Delta p} (= \bar{D}) \quad (2)$$

を満たさなければならない。ただし、 $\Delta p = p_H - p_L$  である。企業は成功時には、最低限  $B/\Delta p$  の準レント (quasi rent) を獲得することがプロジェクト実施のための制約条件となる。

### b) ベンチマーク・ケース

企業が保険可能なリスクについても、まったく保険を利用しない場合を分析する。ここで、企業に生じる流動性ショックの大きさに対して

$$0 < \varepsilon < \rho < \xi_0 < 2\varepsilon < \rho + \varepsilon < \xi_1 < 2\rho < \rho + 2\varepsilon \quad (3)$$

$$\xi_0 = p_H \bar{D} \quad \xi_1 = p_H R \quad (4)$$

を仮定する。第1期では手元に流動性資金がないため、第2期までの企業継続には追加融資が必要になる。このとき初期約定返済額  $D_0$  の変更が行われ、金融機関は追加融資に関する新たな約定返済額  $D_1$  を提示する。金融機関の追加融資条件は

$$p_H D_1 - I - X \geq -I \quad \text{and} \quad D_1 \leq \bar{D} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{X}{p_H} \leq D_1 \leq \bar{D} \quad (6)$$

したがって、企業は  $X \in \{2\varepsilon, \rho + \varepsilon, \rho + 2\varepsilon\}$  の流動性ショックが生じれば、追加融資されず清算される。よって以下の命題を得る。

**命題1** 企業がリスクマネジメント手段を講じなければ、社会的に望ましい追加投資が実施されず、非効率な清算が生じる。

## 3. リスクマネジメント・モデル

a) コミットメントライン契約

金融機関とのコミットメントライン契約  $\theta$  により、企業が流動性保有する状況を想定する。融資者の期待利得が非負である制約の下、企業の最適化問題を定式化すると、

$$\begin{aligned} & \max_{\theta, D_0} \sum_{i=1}^{\theta} q_i p_H (R - D_0) \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^{\theta} q_i p_H D_0 - \sum_{i=1}^{\theta} q_i X_i \geq I \\ & D_0 \leq \bar{D} \end{aligned}$$

である。制約条件式の第1式は融資者の参加条件を、第2式は企業のモラルハザードを考慮する式である。ここで制約条件を満たす最少返済額  $D^*$  に以下を仮定する。

$$D^*(\rho + \varepsilon) < \bar{D} \quad D^*(\rho + 2\varepsilon) > \bar{D} \quad (7)$$

以上の仮定の下で企業の最適化問題を解くと、

$$\Pi(\rho + \varepsilon) - \Pi(2\varepsilon) = q_5 \{p_H R - (\rho + \varepsilon)\} > 0 \quad (8)$$

が成立する。したがって、企業は  $\rho + \varepsilon$  の流動性ショックまでカバーできるコミットメントライン契約を融資者と締結することにより、非効率な企業の清算を回避することができる。

b) レイヤー型保険モデル

企業が、 $X_2 = 2\varepsilon$  のときに保険数理上公正な保険料  $\Psi(\theta)$  を払い、保険会社から  $\varepsilon$  の保険金が支払われる、レイヤー型保険契約  $\theta_l$  を締結する。企業の最適化問題は

$$\begin{aligned} & \max_{\theta_l, D_0} \sum_{i=1}^{\theta_l} q_i p_H (R - D_0) \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^{\theta_l} q_i p_H D_0 - \sum_{i=1}^{\theta_l} q_i Z_i \geq I + \Psi(\theta_l) \\ & D_0 \leq \bar{D} \end{aligned}$$

この最適化問題を解くと、

$$\Pi(\rho + \varepsilon) - \Pi(2\varepsilon) = q_5 \{p_H R - (\rho + \varepsilon)\} > 0 \quad (9)$$

$$\Pi(\rho + \varepsilon) - \Pi(\rho + 2\varepsilon) = q_6 \{(\rho + 2\varepsilon) - p_H R\} > 0 \quad (10)$$

が成立する。したがって、企業は  $\rho + \varepsilon$  の流動性ショックまでカバーできるレイヤー型保険契約を結ぶことにより、企業の非効率な清算を回避することができる。

ここでコミットメントライン契約とレイヤー型保険契約による企業の期待利潤を比較すると

$$\Pi_l^* - \Pi^* = 0 \quad (11)$$

**命題2** 企業がリスクマネジメント手段を講じれば、非効率な清算が解消される。また企業に対して各リスクヘ

ッジ戦略は無差別となる。

4. リスク回避モデル

金融機関がリスク回避性を有している場合、規模の大きい損失に対してある一定のプレミアムを設ける。今、企業に生じる流動性ショックが  $X = 2\varepsilon$  以上の損失に対して以下のリスクプレミアム  $\omega(2\varepsilon)$  が付加されるとする。

$$\begin{aligned} \omega(2\varepsilon) &= \sum_{i=4}^5 q_i (X_i - 2\varepsilon) \\ &= q_5 (\rho - \varepsilon) \end{aligned} \quad (12)$$

コミットメントライン契約  $\theta_p$  の最適化問題は

$$\begin{aligned} & \max_{\theta_p, D_0} \sum_{i=1}^{\theta_p} q_i p_H (R - D_0) \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^{\theta_p} q_i p_H D_0 - \sum_{i=1}^{\theta_p} q_i X_i' - q_5 (\rho - \varepsilon) \geq I \\ & D_0 \leq \bar{D} \end{aligned}$$

一方、保険会社がリスク回避性を有している場合、企業はリスクプレミアムが加算された保険料  $k\Psi(\theta)$  を支払う。企業がレイヤー型保険契約  $\theta_{p,l}$  の下で最適化問題は、

$$\begin{aligned} & \max_{\theta_{p,l}, D_0} \sum_{i=1}^{\theta_{p,l}} q_i p_H (R - D_0) \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^{\theta_{p,l}} q_i p_H D_0 - \sum_{i=1}^{\theta_{p,l}} q_i Z_i' \geq I + k\Psi(\theta_{p,l}) \\ & D_0 \leq \bar{D} \end{aligned}$$

それぞれ最適化問題を解き企業の期待利潤を比較すると

$$\Pi_{p,l}^* - \Pi_{p,l}^* = (k - 1)q_4 \varepsilon - q_5 (\rho - \varepsilon) \quad (13)$$

となる。上式の第1項は保険会社が、第2項は金融機関が設けるリスクプレミアムを表している。

**命題3** 金融機関、保険会社が共にリスク回避性を有している状況では、企業は両者の設定するリスクプレミアムが低いリスクヘッジ戦略を選択することが望ましい。

5. おわりに

本研究では複数リスクを考慮し、流動性保有と保険の関係を分析してきた。その結果、保険可能リスクのみを対象とした従来の研究では不可能である、流動性保有と保険の補完関係を分析した。一方、企業のリスクヘッジ戦略の明確な差別化には至らず、改良するとともに、実際のプロジェクトファイナンスへ適用させていきたい。