

第IV部門

輸送時間や消費需要の不確実性を考慮したサプライチェーンネットワーク分析

京都大学工学部

学生員 ○繁田 健

京都大学大学院工学研究科

正会員 山田 忠史

京都大学大学院工学研究科

フェロー 谷口 栄一

1. 研究の背景と目的

消費者ニーズの多様化や国際的な生産競争の激化に伴い、各企業（企業体）は、サプライチェーンネットワーク(SCN: Supply Chain Network)の効率的な形成について積極的に検討している。一方、行政側では、交通問題や環境問題などの観点から、効果的な物流施策の実施が急務であり、施策がサプライチェーン全般に及ぼす影響を把握しておく必要がある。

本研究では、そのようなサプライチェーン分析に寄与するモデルとして、サプライチェーンネットワーク均衡 (SCNE: Supply Chain Network Equilibrium)モデル¹⁾に着目し、物流事業者の行動を考慮するとともに、輸送時間の不確実性を考慮した SCNE モデルへと拡張することにより、道路網整備などの輸送ネットワークの拡充に伴う輸送時間とその信頼性の変化が、SCN に及ぼす影響について考察する。また、消費需要の不確実性を考慮する SCNE モデルを用いて、需要の変動が SCN にもたらす影響についても分析する。

2. モデルの定式化

SCN 上に m 個の製造業者、 n 個の卸売業者、 o 個の小売業者、 p 個の消費市場、 u 個の物流事業者が存在すると仮定する。このとき、製造業者 i の行動は、利潤最大化行動として以下のように表される。

$$\text{Max}_{Q^1} \sum_{j=1}^n \rho_{ij}^* \sum_{h=1}^u q_{hij} - f_i(Q^1) - g_i(Q^1) - \sum_{j=1}^n c_{ij}(Q^1) - \sum_{h=1}^u \rho_{hij}^{5*} q_{hij} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } q_{hij} \geq 0 \quad \forall j, h \quad (2)$$

ここに、

 ρ_{ij}^1 : 製造業者 i から卸売業者 j への販売価格 q_{hij} : ij 間における物流事業者 h の輸送量 Q^1 : q_{hij} を要素とする um 次元ベクトル $f_i(Q^1)$: 製造業者 i の生産費用関数 $g_i(Q^1)$: 製造業者 i の施設費用関数 $c_{ij}(Q^1)$: 製造業者 i と卸売業者 j の取引費用関数 ρ_{hij}^{5*} : ij 間における物流事業者 h の運賃

である。卸売業者 j の行動は、利潤最大化行動として以下のように表される。

$$\text{Max}_{Q^2} \rho_j^* \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^u q_{hjk} - c_j(Q^2, \omega^1) - g_j(Q^2) - \sum_{k=1}^o c_{jk}(Q^2) - \sum_{h=1}^u \rho_{hjk}^{6*} q_{hjk} - \sum_{i=1}^m \rho_{ij}^{3*} \sum_{h=1}^u q_{hij} \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \sum_{h=1}^u \sum_{k=1}^o q_{hjk} \leq \sum_{h=1}^u \sum_{i=1}^m q_{hij} \quad (4)$$

$$q_{hij} \geq 0 \quad \forall h, i, \quad q_{hjk} \geq 0 \quad \forall h, k$$

ここに、

 ρ_j^2 : 卸売業者 j の販売価格 q_{hjk} : jk 間における物流事業者 h の輸送量 Q^2 : q_{hjk} を要素とする uno 次元ベクトル $c_j(Q^1, \omega^1)$: 卸売業者 j の保管費用関数 ω^1 : 保管費用係数の変動を表す確率変数 $g_j(Q^1)$: 卸売業者 j の施設費用関数 $c_{jk}(Q^2)$: 卸売業者 j と小売業者 k の取引費用関数 ρ_{hjk}^6 : jk 間における物流事業者 h の運賃である。同様に、小売業者 k の行動は、

$$\text{Max}_{Q^3} \rho_k^* \sum_{l=1}^p \sum_{h=1}^u q_{hkl} - c_k(Q^2, \omega^2) - g_k(Q^2) - \sum_{l=1}^p c_{kl}(Q^3) - \sum_{h=1}^u \rho_{hkl}^{7*} q_{hkl} - \sum_{j=1}^n \rho_{jk}^{3*} \sum_{h=1}^u q_{hij} \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \sum_{h=1}^u \sum_{l=1}^p q_{hkl} \leq \sum_{h=1}^u \sum_{j=1}^n q_{hij} \quad (6)$$

$$q_{hjk} \geq 0 \quad \forall h, j, \quad q_{hkl} \geq 0 \quad \forall h, l$$

と表すことができる。ここに、

 ρ_k^3 : 小売業者 k の販売価格 q_{hkl} : kl 間における物流事業者 h の輸送量 Q^3 : q_{hkl} を要素とする uop 次元ベクトル $c_k(Q^2, \omega^2)$: 小売業者 k の保管費用関数 ω^2 : 保管費用係数の変動を表す確率変数 $g_k(Q^2)$: 小売業者 k の施設費用関数 $c_{kl}(Q^3)$: 小売業者 k と消費市場 l の取引費用関数 ρ_{hkl}^{7*} : kl 間における物流事業者 h の運賃

である。 ω^1, ω^2 は、消費市場の需要の確率分布に基づいて設定する。すなわち、小売業者や卸売業者の保管費用の変動は消費市場の需要の変動に起因すると仮定する。消費市場の均衡条件は、

$$\rho_k^{3*} \begin{cases} = \rho_l^{4*} & \text{if } q_{hkl}^* > 0 \\ \geq \rho_l^{4*} & \text{if } q_{hkl}^* = 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$d_l(\rho^{4*}, \omega^3) \begin{cases} = \sum_{h=1}^u \sum_{k=1}^o q_{hkl}^* & \text{if } \rho_l^{4*} > 0 \\ \leq \sum_{h=1}^u \sum_{k=1}^o q_{hkl}^* & \text{if } \rho_l^{4*} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

と記述できる。ここに、

 ρ^4 : ρ_l^4 を要素とする p 次元ベクトル $d_l(\rho^4, \omega^3)$: 消費市場 l の需要関数

ω^3 : 消費市場の需要の変動を表す確率変数である。最後に、物流事業者 h の行動は、

$$\text{Max}_{Q^1, Q^2, Q^3} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \rho_{hij}^{5*} q_{hij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \rho_{hjk}^{6*} q_{hjk} \quad (9)$$

$$+ \sum_{k=1}^o \sum_{l=1}^p \rho_{hkl}^{7*} q_{hkl} - g_h(Q^1, Q^2, Q^3) - w_h(Q^1, Q^2, Q^3, \omega^4) \quad (10)$$

s.t. $q_{hij} \geq 0 \forall i, j, q_{hjk} \geq 0 \forall j, k, q_{hkl} \geq 0 \forall k, l$

ここに、

$g_h(Q^1, Q^2, Q^3)$: 物流事業者 h の施設費用関数

$w_h(Q^1, Q^2, Q^3, \omega^4)$: 物流事業者 h の運行費用関数

ω^4 : 輸送時間の変動を表す確率変数

と表される。運行費用は輸送費用と期待遅刻費用の和である。例えば ij 間の輸送時間 $t_{hij}(\omega^4)$ は確率的に変動するので、ある確率分布 $\phi_{hij}(t)$ に従う。この時、ある遅刻限界 I_{hij}^+ に対し、遅刻時間は $\Delta_{hij}^+ = t_{hij}(\omega^4) - I_{hij}^+$ (ただし、 $t_{hij}(\omega^4) \geq I_{hij}^+$) と表される。したがって、遅刻時間の期待値は、

$$e_{hij}^+(I_{hij}^+) \equiv E(\Delta_{hij}^+) = \int_{I_{hij}^+}^{\infty} (t_{hij}(\omega^4) - I_{hij}^+) \phi_{hij}(t_{hij}(\omega^4)) dt \quad (11)$$

と表される。このとき、期待遅刻費用は、遅刻ペナルティ係数 $\lambda_{hij}^+(Q^1)$ を用いて、

$$E(\lambda_{hij}^+ \Delta_{hij}^+) = \lambda_{hij}^+(Q^1) e_{hij}^+(I_{hij}^+) \quad (12)$$

と記述される。期待遅刻費用については、 jk 間や kl 間についても、同様に記述できる。

各主体の最適性条件、および、消費市場の均衡条件が同時に成り立つことから、SCN 全体の均衡条件は、以下のような確率的相補性問題で記述できる。なお、 Ω は $\Omega \subseteq R^m$ であるような確率空間であり、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ はベクトルの内積を表す。

$$\langle X^{*T}, F(X^*, \omega) \rangle = 0, \quad X^{*T} \geq 0, \quad F(X^*, \omega) \geq 0 \quad (13)$$

$$\forall X \in K, (\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4) \in \Omega \text{ a.e.}$$

ここに、

$$X \equiv (Q^1, Q^2, Q^3, \gamma, \delta, \rho^4)$$

$$F(X, \omega) \equiv (F_{hij}, F_{hjk}, F_{hkl}, F_j, F_k, F_l)^T_{h=1, \dots, U, i=1, \dots, m, j=1, \dots, n, k=1, \dots, o, l=1, \dots, p}$$

$$F_{hij} = \frac{\partial f_i(Q^{1*})}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial g_i(Q^{1*})}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial c_{ij}(Q^{1*})}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial c_j(Q^{1*}, \omega^1)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial g_j(Q^{1*})}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial g_h(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*})}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial w_h(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^4)}{\partial q_{hij}} - \gamma_j^*$$

$$F_{hjk} = \frac{\partial c_k(Q^{2*}, \omega^2)}{\partial q_{hjk}} + \frac{\partial g_k(Q^{2*})}{\partial q_{hjk}} + \frac{\partial c_{jk}(Q^{2*})}{\partial q_{hjk}} + \frac{\partial g_h(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*})}{\partial q_{hjk}} + \frac{\partial w_h(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^4)}{\partial q_{hjk}} + \gamma_j^* - \delta_k^*$$

$$F_{hkl} = \frac{\partial c_{kl}(Q^{3*})}{\partial q_{hkl}} + \frac{\partial g_{kl}(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*})}{\partial q_{hkl}} + \frac{\partial w_h(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^4)}{\partial q_{hkl}} + \delta_k^* - \rho_j^{4*}$$

$$F_j = \sum_{h=1}^U \left(\sum_{i=1}^m q_{hij}^* - \sum_{k=1}^o q_{hjk}^* \right), \quad F_k = \sum_{h=1}^U \left(\sum_{j=1}^n q_{hjk}^* - \sum_{l=1}^p q_{hkl}^* \right)$$

$$F_l = \sum_{h=1}^U \sum_{k=1}^o q_{hkl}^* - d_l(\rho^{4*}, \omega^3) \quad (14)$$

$$K \equiv \{(Q^1, Q^2, Q^3, \gamma, \delta, \rho^4) | (Q^1, Q^2, Q^3, \gamma, \delta, \rho^4) \in R_+^{um+n+o+p}\}$$

確率的相補性問題の解の存在については Chen et al.²⁾

と同様の方法で、一意性については準モンテカルロ法を用いた確率変数 ω の離散近似により Meng et al.³⁾ と同様の方法で、それぞれ保証される。解法については、期待残差最小化法 (ERM 法 : Expected Residual Minimization method) を用いる。ERM 法は、FB 関数 $\phi(a, b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$ を用いて、式(14)を連立方程式 $\Phi(X, \omega) := (\phi(F_1(X, \omega), X_1), \dots, \phi(F_n(X, \omega), X_n))^T = 0$ として再定式化し、期待残差が最もゼロに近いものを解と考える。すなわち、式(14)の確率的相補性問題を等価な制約なし最小化問題 $\text{Min } E[\|\Phi(X, \omega)\|^2] (X \in L)$ ただし $L = \{X | \langle X^{*T}, F(X^*, \omega) \rangle = 0, X^{*T} \geq 0, F(X^*, \omega) \geq 0\}$ に変換して、求解する。

3. 数値計算の概要

単一の商品を取り扱う寡占的な SCN を設定して、輸送の高速性、および、輸送時間の信頼性の変化が、生産量、取引量、価格、総余剰などへ及ぼす影響について考察する。輸送の高速性や信頼性が向上することにより、生産量や取引量の増加、および、商品価格の低下やそれに伴う総余剰の増加が見られた。また、消費市場の需要の不確実性を考慮した場合には、商品取引量の減少や在庫の発生が示唆された。なお、紙面の都合上、ケーススタディの詳細と結果は講演時に示す。

4. まとめ

本研究では、物流事業者の行動を考慮し、かつ、輸送時間や消費需要の不確実性を考慮した SCNE モデルを提案した。このモデルを用いて、輸送時間や消費需要の変動性が SCN に及ぼす影響に関して分析を行った。講演時には、ケーススタディの問題設定、使用した関数形やパラメータ値、得られた結果の要因分析などについても詳述する予定である。

参考文献

- 1) Nagurney, A, Dong, J and D. Zhang: A supply chain network equilibrium model, Transportation Research Part E, Vol.38, pp.281-303, 2002.
- 2) X.Chen and M.Fukushima: Expected Residual Minimization Method, for Stochastic Linear Complementarity Problems, Mathematics of Operations Research, Vol.30, No.4, pp. 1022-1038, 2005.
- 3) Meng, Q. Huang, Y. K. and R. L. Cheu: A note on supply chain network equilibrium models, Transportation Research Part E, Vol.43, pp.60-71, 2007.