

京都大学大学院工学研究科 学生員 ○堀 智恵実
 京都大学大学院工学研究科 正会員 Khayyer Abbas
 (株) ニュージェック 正会員 五十里 洋行
 京都大学大学院工学研究科 正会員 後藤 仁志

1. はじめに

粒子法は、巻き波型砕波のような複雑条件下でも安定に機能するとして、近年、海岸工学の分野でも研究が盛んに行われている手法である。粒子法の中でも MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法 (Koshizuka・Oka, 1996) は、よりシンプルな微分演算子モデルにより、比較的高精度な離散化を行うことができ、計算負荷が相対的に低い。しかし、MPS 法の圧力勾配モデルは、数値的安定性を担保するために粒子間力が常に排斥力となるように設定されており、2 粒子間で圧力が anti-symmetric (逆向き等大) とならず、離散化における運動量保存が保証されない。このため粒子の座標に微小変動を伴い、局所的な粒子の偏在化が、圧力擾乱を発生させることとなる。個々の粒子が自律的に座標を決定する粒子法のアルゴリズムでは、圧力擾乱の完全な除去は不可能である。しかし、運動量保存性が向上すれば時間更新時の粒子座標の修正値の精度が向上し、結果として圧力擾乱の低減が可能となる。

Khayyer・Gotoh (2008) は、運動量保存を保証する修正型 MPS 法である CMPS (Corrected MPS) 法を提案した。そしてさらに圧力の誤差を低減するため、圧力の Poisson 方程式の生成項を高精度化する新たなアルゴリズム CMPS-HS (CMPS with Higher-order Source-term) 法を開発し、静水圧と flip-through 現象 (壁面衝突時に空気封入を伴わない場合に生じる弱い衝撃波圧) を対象にした検証により、水面形および水圧分布の再現性に関して、CMPS-HS 法の導入が、標準 MPS 法の擾乱を極めて効果的に低減することを示した (Khayyer・後藤, 2008)。

今回は CMPS-HS 法の圧力擾乱の低減効果をより強固なものとするため、空気混入のない穏やかな sloshing 現象について、標準 MPS 法による解も併せて実験データとの比較検証を行う。

2. CMPS-HS 法の概要

(1) MPS 法

MPS 法等の粒子法は、Navier-Stokes 式

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} + \nu\nabla^2\mathbf{u} \quad (1)$$

(ρ : 流体の密度, \mathbf{u} : 流速ベクトル, p : 圧力, ν : 動粘性係数, \mathbf{g} : 重力加速度) のソルバーである。

Navier-Stokes 式の各項は、近接粒子間の相互作用として記述される。例えば(1)式右辺第1項の圧力勾配は、標準 MPS 法においては、

$$\langle \nabla p \rangle_i = \frac{D_s}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j - \hat{p}_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} (\mathbf{r}_{ij}) w(|\mathbf{r}_{ij}|); \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (2)$$

$$\hat{p}_i = \min_{j \in J} (p_i, p_j), \quad J = \{j: w(|\mathbf{r}_{ij}|) \neq 0\} \quad (3)$$

と記述される (D_s : 次元数, n_0 : 基準粒子数密度, \mathbf{r}_i : 粒子 i の位置ベクトル, w : 重み関数, \hat{p}_i : 粒子 i の周囲の影響円内での最小圧力値)。

また、MPS 法では、半陰解法のアルゴリズムが導入され、重力と粘性力を駆動力として移動させた個々の粒子の座標を、質量保存則を保存する (粒子数密度を一定に保持する) ように、圧力場の陰的計算によって修正する。この段階の支配方程式が、圧力の Poisson 方程式

$$(\nabla^2 p_{k+1})_i = \frac{\rho}{(\Delta t)^2} \frac{n_0 - (n_k^*)_i}{n_0} \quad (4)$$

である (Δt : 計算時間間隔, n^* : 陽的粒子移動後の粒子数密度)。

(2) CMPS 法

標準 MPS 法においては、(2)式から得られる粒子 i , j 間の圧力勾配力が互いに anti-symmetric にならないため、運動量が厳密に保存されない。

CMPS 法 (Khayyer・Gotoh, 2008) では、粒子 i , j

の中点に仮想的圧力定義点を設けて、この点を媒介とした局所圧力勾配評価と、圧力の局所（影響円内）最小値の対称性を保証する操作を行った結果、標準 MPS 法の圧力勾配モデル（式(2)）から、次式を得た。

$$\langle \nabla p \rangle_i = \frac{D_s}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{(p_i + p_j) - (\hat{p}_i + \hat{p}_j)}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} (\mathbf{r}_{ij}) \mathcal{W}(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad (5)$$

上式を式(2)に代わる圧力勾配評価式として用いることにより、運動量保存性が確保される。

(3) CMPS-HS 法

標準 MPS 法では、陰的計算後の粒子数密度は一定であると仮定して、式(4)を導出している。しかし、陰的計算は行列計算の収束誤差を伴うので、陰的計算後も粒子数密度の値は厳密には n_0 に一致しない。式(4)の右辺は粒子数密度の実質微分を差分化することで得られるが、これが線形であるため誤差の蓄積を生じやすく、粒子数密度の時間変動も助長され、結果として圧力擾乱を発生させる。

そこで MPS 法の粒子数密度の定義に立ち返り、粒子数密度の実質微分を重み関数の実質微分で定義し直した。そして式(4)に代わる

$$\left(\nabla^2 p_{k+1} \right)_i = - \frac{\rho}{n_0 \Delta t} \sum_{i \neq j} \frac{r_e}{r_{ij}^3} (x_{ij} u_{ij}^* + y_{ij} v_{ij}^*) \quad (6)$$

を得た。式(6)は Poisson 方程式の生成項の評価を詳細化した取り扱いであることから、上式に基づく陰的計算法を行う CMPS 法を CMPS-HS 法と呼ぶ (Khayer・後藤, 2008)。

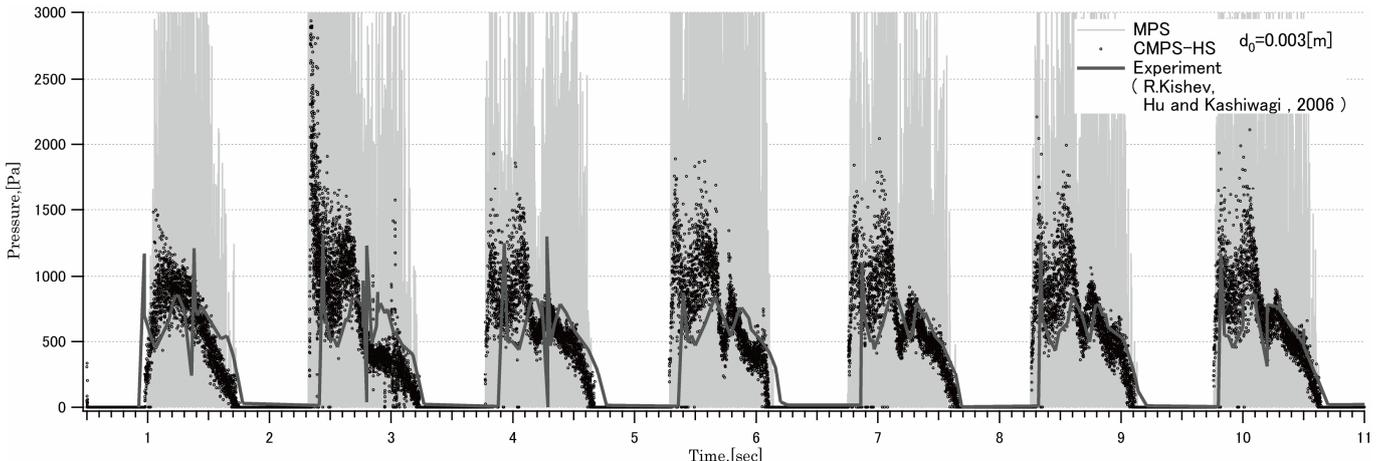


図-1 水圧の変動時系列（標準 MPS 法、CMPS-HS 法、実験の比較）

参考文献

- Khayer Abbas, 後藤仁志 (2008) : 粒子法における圧力擾乱低減のための CMPS-HS 法の提案, 海岸工学論文集, 第 55 巻, pp.16-20.
- Khayer, A. and H. Gotoh (2008) : Development of CMPS method for accurate water-surface tracking in breaking waves, Coastal Eng. Jour., Vol.50, No.2, pp.179-207.
- Koshizuka, S. and Y. Oka (1996) : Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol.123, pp.421-434.
- R.Kishev, Z., C. Hu and M. Kashiwagi (2006) : Numerical simulation of violent sloshing by a CIP-based method, Marine Science and Technology, Vol.11, pp111-122.

3. 実験との比較

sloshing 現象の中でも、壁面衝突時に空気封入を伴わない場合に生じる弱い衝撃圧を対象に、標準 MPS 法、CMPS-HS 法の再現性を検証した。計算条件は、R.Kishev ら (2006) の水理実験と同様に設定した。すなわち、深さ 30cm、幅 60cm の 2 次元水槽に水を 12cm まで入れ、周期 1.5 秒、振幅 5.0cm で左右水平方向に振動させた。壁面圧力の測定については、静水時で水深 2.0cm の地点の時系列を対象とする。粒子径は 4.0mm である。

図-1 は、静水面から 2.0cm 下の測点での鉛直壁面作用水圧の時系列を示している。標準 MPS 法ではゼロ値と実験値からかけ離れたピーク値との間を激しく変動している。一方、CMPS-HS 法ではゼロ値もあまり出現せず、ピーク値の大きさも出現パターンも実験とほぼ一致している。

4. おわりに

本稿では、Khayer・Gotoh が提案した CMPS-HS 法の圧力場の再現性を検討した。そして、空気封入を伴わない sloshing 現象においても、CMPS-HS 法の導入が、これまでの標準 MPS 法の圧力擾乱を極めて効果的に低減することが示された。さらに、他の実験条件において比較検証を重ね、圧力測定の精度を上げることが今後の課題である。