第Ⅱ部門　　　水平床に接続した斜面上への遡上波の解析

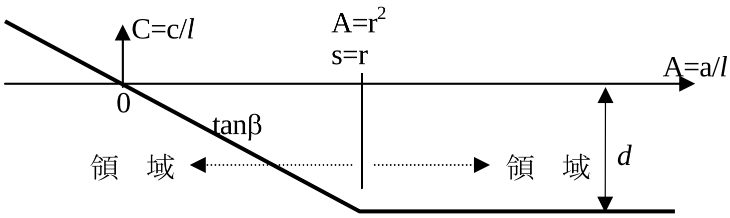
大阪大学工学研究科　　　学生員　○田野　司也
大阪大学工学研究科　　　正会員　　出口　一郎
（株）シンプレックス・テクノロジー　　　正会員　　梶本　麻実

１．まえがき

傾斜海浜上への波の遡上に関しては，すでに数多くの研究が行われており，浅海近似された波動に対する解析解も導かれている．数値解析を行う場合は，波先を移動境界として解析する必要があり，数値的な誤差は避けらない．解析解も半無限斜面上で浅海近似された波動に対して導かれたもので，infragravity 領域より周期の短い波動に対しては，適用領域は限られたものとなり，実験によって解の妥当性を検証できるものではない．本研究では，著者らがすでに導いている Lagrange 方程式に基づく一様斜面上および水平床上の波浪に関する高次近似解を接続させた解を導き，実験結果と比較することによりその妥当性を検討する．

２．水平床に接続する斜面上への遡上波の解析解

図‐１ に示す座標系で水平床上（領域１）と斜面上（領域２）での解析解の接続を考える．用いる基礎方程式は，Lagrange 表記された連続式と運動方程式である．(a,c) を初期汀線から沖向き及び上方に計った水粒子の初期位置，(x,z)を t 時間後の初期位置からの変位とする．



図‐1　解析領域と座標系

水平，鉛直の代表長をそれぞれ l,d として無次元化を行い，浅海近似（$d/l=\delta<<1$）可能な

領域に対し，d を微小量としてとして変数を摂動展開し，その近似解を求める．著者らは，すでに危険項が現れるのを避けるため時間に対しても摂動展開した半無限傾斜海浜および水平床上の 2 次近似解を求めている．ここでは，紙面の関係上 1 次近似解についてのみ考える．このとき，斜面上の無次元水位変動 η に関する 1 次近似の方程式は，$A=a/l$ ，$I=(l/d)\tan\beta$， $\tau=\sqrt{gd}\,t/l$ として次式で表される．

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial\tau^2}=\frac{\partial}{\partial A}\left(IA\frac{\partial\eta}{\partial A}\right)=IA\frac{\partial^2\eta}{\partial A^2}+I\frac{\partial\eta}{\partial A} \qquad (1)$$

式(1)に $s=\sqrt{A},\ \alpha=\tau\sqrt{I}/2$ という変数変換の後，α に関してFourier変換を行い，水平床上の接続点 s = r における水位変動 η のFourier変換 G(r, u) を用いることにより，水平床上の波動と接続する斜面上の遡上波の解析解が，第 1 種 0 次ベッセル関数を$J_0(\ )$用いて次のように得られる．

$$\eta(s,\alpha)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{J_0(su)}{J_0(ru)}G(r,u)e^{-iu\alpha}du \qquad (2)$$

式(2)で表される水平床上での重複波（$c_1=c_2$）と接続する斜面上の波動は式(3)となる．

$$\eta=\left(c_1e^{i\sqrt{\frac{\sigma^2}{h}A}}-c_2e^{-i\sqrt{\frac{\sigma^2}{h}A}}\right)e^{-i\sigma\tau} \quad (3),\quad \eta(A,\tau)=\left[J_0\left(\frac{2\sigma}{\sqrt{I}}\sqrt{A}\right)\Big/J_0\left(\frac{2\sigma}{\sqrt{I}}r\right)\right]\left(c_1e^{i\sqrt{\frac{\sigma^2}{h}r^2}}+c_2e^{-i\sqrt{\frac{\sigma^2}{h}r^2}}\right)e^{-i\sigma\tau} \quad (4)$$

$$X=\frac{1}{\sigma^2}\frac{\partial\eta}{\partial A} \quad (5),\quad Z=-\frac{C+IA}{\sigma^2}\frac{\partial^2\eta}{\partial A^2}-\frac{I}{\sigma^2}\frac{\partial\eta}{\partial A} \quad (6)$$

Kazuya TANO, Ichiro DEGUCHI, Asami KAJIMOTO

３．水平床に接続する斜面上の遡上高さと波形

式(4)に基づき，水平床上の様々な水深 h に接続する勾配 1/5 の斜面に，周期 1～3s の波浪が入射した場合の遡上高さを計算し，入射波高で無次元化した遡上高さと砕波帯相似パラメータ（ssp）との関係を図－２に示す．従来，無次元遡上高さは，ssp と比例関係にあり，ssp=2.5～3.5 の間でいわゆる共振現象が生ずることが指摘されている．図-２より ssp=1.1 および 2.7 周辺で，遡上高さが極端に大きくなる．この原因を検討するために，斜面上の波形と，斜面および水平床の接続位置の関係を示したのが，図-３(a)（h=30cm,T=2.2s, ssp=2.51）および図-４(a)（h= 30cm,T=1.4s, ssp=1.60）である．

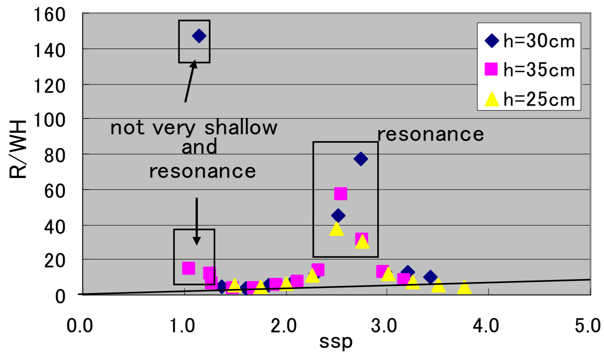


図-２　遡上高さと ssp の関係

図-３に示す ssp=2.51 の場合は，接続位置がほぼ斜面上の重複波形の節近傍に位置し，式(4)の分母のベッセル関数の値が極めて０に近くなる，いわゆる共振が発生する場合に対応する．このとき，初期位置が水表面にある水粒子の軌跡は，図-３(b)に示すように発散し，もはや波形は保てていない．一方，図-４に示す ssp=1.60 の場合の接続位置は，節から離れた位置にあり，図-４(b)に示す水粒子の軌跡も斜面上をスムースに遡上，流下する形となる．半無限斜面上での遡上波の解析解ではこのような共振は現れず，水平床と接続する斜面特有の現象である．また，従来 ssp の値のみで議論されてきた共振の発生条件には水平床と斜面の接続位置が大きく関わっているものと考えられる．水平床と斜面の接続位置がベッセル関数の０点に対応するような条件での実験では，必ずしも遡上高さが極端に大きくなることはない．このおもな原因として，斜面上での砕波によるエネルギー逸散が考えられるが，今後詳細な検討を加える必要がある．

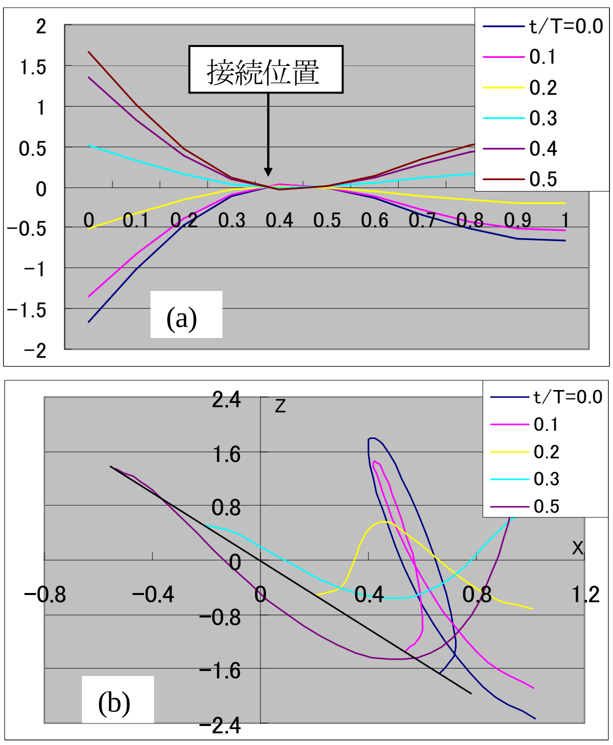


図-３　遡上波形と水粒子軌跡（ssp=2.51）

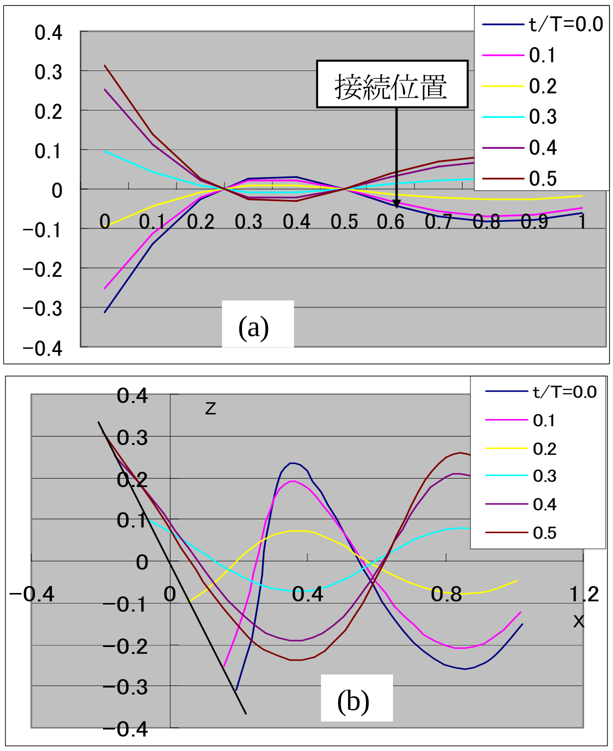


図-４　遡上波形と水粒子軌跡（ssp=1.60）

４．結語

水平床と接続した斜面上への遡上波に対する１次近似解を導いた．この解により，実験によって指摘されていた共振現象が説明できる可能性があることを示した．今後，詳細な精度の高い実験による検証を行っていく予定である．