

第Ⅱ部門

固液二相乱流モデルによる漂砂の鉛直分級過程の計算力学的検討

京都大学工学部

学生員 ○鶴田 修己

京都大学大学院工学研究科

正会員 原田 英治

京都大学大学院工学研究科

正会員 後藤 仁志

1. はじめに

高濃度粒子分散相を有する混相流構造を詳細に評価する場合、実験による計測は非常に困難であるので、その特性を精度良く予測する数値解法の開発が水工学分野では活発に進められている。本研究では、粒子流 DNS 型の固液混相流モデル¹⁾に LES (Smagorinsky model)を導入して²⁾、シートフローにおける混合粒子鉛直分級過程シミュレーションから、LES モデルの導入効果の確認を実施した。

2. 固液混相流モデルの概要

(1) 粒子 - 流体混合系流れ

まず、CIP-CUP 法を用いて、流れ場の計算を解く。基礎式は、粗視化された連続式および Navier-Stokes 式によって記述される。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot \{2(\nu + \nu_t) \mathbf{S}\} + \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \phi_p \rho_p + (1 - \phi_p) \rho_l \\ \mu &= \phi_p \mu_p + (1 - \phi_p) \mu_l \\ \mathbf{u} &= \phi_p \mathbf{u}_p + (1 - \phi_p) \mathbf{u}_l \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 (2\mathbf{S} : \mathbf{S})^{1/2} \quad (5)$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \{ \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \} \quad (6)$$

ここに、 $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル， ρ ：密度， p ：圧力， $\mathbf{g}$ ：重力加速度， μ ：粘性係数， ν_t ：SGS 乱流粘性係数， $\mathbf{S}$ ：歪み速度テンソル， C_s ：Smagorinsky 定数， Δ ：計算格子幅， ϕ ：各計算格子に含まれる各相の占有率であり、式中の下付添え字 p, l はそれぞれ固体粒子及び流体を示す。なお、本研究では $C_s = 0.06$ と

しているが、ここでは LES を導入することで乱流現象を取り扱うことが可能な枠組みを示すことを第一の目的とし、Smagorinsky 定数 C_s の値の妥当性については今後の研究課題とする。

(2) 個別要素法

(1)で求めた流れ場から粒子に作用する流体力を計算し、個別要素法によって固体粒子運動を算定する。

$$\frac{dm_p \mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{F}_{flow} + \mathbf{F}_{pint} + \mathbf{g} \quad (7)$$

$$\frac{d(I_p \cdot \boldsymbol{\omega}_p)}{dt} = \mathbf{T}_{flow} + \mathbf{T}_{pint} \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_p = \phi_p \Delta^2 \rho_p \left(\frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \mathbf{g} \right) \quad (9)$$

$$\mathbf{F}_{flow} = \int_{V_p} \mathbf{f}_p dV \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_{flow} = \int_{V_p} \mathbf{r}_c \times \mathbf{f}_p dV \quad (11)$$

ここに、 m_p ：この粒子質量， $\mathbf{v}_p$ ：粒子移動速度ベクトル， t ：時間， $\mathbf{f}_p$ ：計算格子中における粒子部分に作用する流体力， $\mathbf{F}_{flow}$ ：計算格子中における粒子部分に作用する流体力， $\mathbf{F}_{pint}$ ：粒子間相互作用力ベクトル， I_p ：慣性テンソル， $\boldsymbol{\omega}_p$ ：粒子の角速度ベクトル， $\mathbf{T}_{flow}$ ：流体力に起因するトルク， $\mathbf{T}_{pint}$ ：粒子間力に起因するトルク， V_p ：粒子を含む領域， $\mathbf{r}_c$ ：粒子の回転中心から粒子を含む計算格子への相対距離である。

$\mathbf{F}_{pint}$ の力学的モデルは、Voigt 物体と呼ばれるスプリングとダッシュポットの並列連結をベースに構成されており、粒子間衝突の粘弾性挙動が表現される。なお、その際計算に必要となるスプリングおよびダッシュポットに関するモデル係数は、ヘルツの弾性接触理論を準用して設定した。個別要素法の安定した計算には計算時間刻みを小さくする必要があり、固液混合系流れの計算刻み 1 ステップに対して、複数回数の個別要素

表-1 数値移動床の構成粒子

呼 称	class i	粒径 / 基準粒径 [※] (d/d)	個数
小粒子	1	1.0	139
中粒子	2	1.5	23
大粒子	3	2.0	8

※小粒子粒径を基準粒径dとする。

法計算のループを実施することになる。この過程で、流体力 f_p は計算効率に考慮して一定値を与えている。上記計算後は、新しく移動した固体粒子の位置および速度ベクトルに応じて、各計算格子での粒子占有率と粒子を含むセルにおける流れ場を、次式の

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{v}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_c \quad (12)$$

によって修正し、この境界条件の下、CIP-CUP 法から、次ステップの流れ場を求める。

3. 鉛直分級過程の数値シミュレーション

(1) 計算条件

本研究では、乱れの移流・拡散の効果が計算結果に及ぼす影響が十分小さくなるよう、流れ場の計算格子を最小粒径の8分の1と設定した。計算領域は計算格子を 200×280 個配置し、粒子のパッキング完了後に振動流を与えた。振動流は実験値にあわせ、シートフロー条件下におけるシールス数 $\phi = 0.4 \sim 0.6$ になるよう設定してある。また、粒子の比重:1.80, young 定数: $1.0 \times 10^7 (\text{N/m}^2)$ としてある。表-1に、数値移動床における構成粒子を示す。

(2) シミュレーション結果の比較

図-1 に濃度重心の時系列を、図-2 に分級が発達した平衡状態での数密度分布の位相変化を示す。図-1より LES の有無に因らず双方のケースで、大粒子の濃度重心が上昇する時間発展過程が示されており、鉛直分級の発生がうかがえる。しかし、大・中粒子の挙動は、「LES 有り」が「LES 無し」と比較して、大粒子の濃度重心が大きな変動を伴う点で大きく異なる。図-2 からは「LES 有り」の粒子存在位置が全粒径において、「LES 無し」のそれと比較して高いことが分かる。以上より、乱れによる流れ構造の変化が、粒子流動過程に大きな影響を与えていることが推察される。

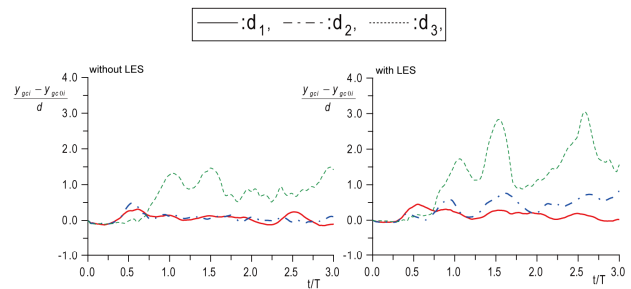


図-1 濃度重心の時系列

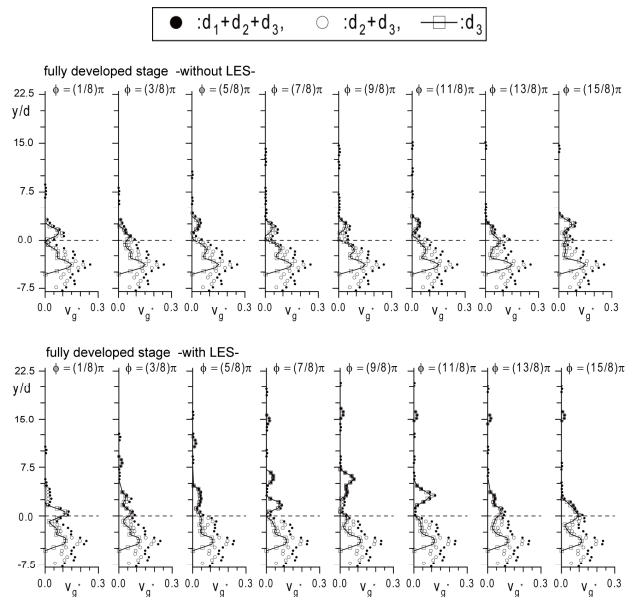


図-2 無次元数密度分布の位相変化

4. おわりに

本稿では、高解像度固液混相乱流モデルの枠組みを開発し、乱流モデル導入の効果について導入前のシミュレーション結果との比較から、運動量輸送の活発化によるシートフロー層厚の増加や、粒子の運動の広範囲化を示した。今後の課題としては数値移動床表層に上昇する単一大粒子の挙動に注目し、分級機構をより詳細に検討することや、この種のモデルの3次元化と乱流モデル高精度化も実施したい。

5. 参考文献

- 1) 原田英治, 後藤仁志: 個別要素法を用いた固液混相乱流モデルによる粒子群沈降過程の高解像度計算, 水工学論文集, 第52巻, pp.967-972, 2008.
- 2) Smagorinsky, J.: General circulation experiments with the primitive equations, Mon. Weath. Rev., Vol.91, pp.99-164, 1963.