

京都大学大学院 学生会員 ○寺西 裕之
 京都大学大学院 正会員 大西 正光
 京都大学大学院 フェロー会員 小林 潔司

1. はじめに

企業はしばしば、地震などをはじめとするリスクが発生することによって、突然、流動性資産を必要とすることがある。これを流動性ショックと呼ぶ。本研究では、保険可能なリスクと、保険不可能なリスクを有する企業の保険購入行動を定式化する。企業が直面するリスクが発生したとき、企業自ら負担する流動性ショックの確率分布を変化させることができる保険契約の直接効果と、企業が事前に保険契約を締結することによって、企業の期待利潤が変化して、事前に保有できる流動性資産の大きさに影響を与える保険契約の間接効果があることを指摘する。さらに、レイヤー型保険の最適なリスク戦略の決定メカニズムを明らかにする。

2. リスクファイナンスモデル

a) モデルの前提条件

3期モデルを定式化する。モデルで想定する経済主体はすべてリスク中立的である。企業の初期投資額を I とする。企業は自己資本を保有しない。第0期に融資者との負債契約によって、初期投資のための資金を調達する。第1期には、第0期に確定的には予期できない追加投資が必要となり、流動性資産を調達しなければならない。本研究では、保険加入可能なリスクと保険加入不可能なリスク要因が2つ存在するモデルを定式化する。

追加投資を実施すれば、企業は第2期まで継続する。第2期では企業は第三者には観察できない努力水準に依存して確率的に収益を獲得する。企業は努力する場合には、確率 p_H でプロジェクトが成功して収益 R を獲得し、確率 $1-p_H$ で0になる。企業が努力しない場合には私的便益 B を確定的に得るが、確率 p_L でプロジェクトは成功し収益 R を獲得し、ただし、 $p_H > p_L$ である。 $\Delta p = p_H - p_L$ とおく。融資者は、企業の努力水準を観察できない。そのため、企業のプロジェクトを完遂する努力を怠るというモラルハザードが生じる可能性があり、適切な報酬スキームを設計する必要がある。企業に努力のインセンティブを与えるためには、プロジェクトが成功した場合の企業の獲得利得 R_b が

$$p_H R_b \geq p_L R_b + B \Leftrightarrow R_b \geq \frac{B}{\Delta p} \quad (1)$$

を満たさなければならない。

(1) 保険の効果

企業が保険を購入することにより、確率変数 ρ_1 のリスクを第3者にヘッジすることが可能な場合を考える。リスクを第3者にヘッジすることにより、企業全体の流動性ショック ρ がしたがう確率分布を変化させることができる。リスクヘッジ戦略 S のもとで、流動性ショック ρ_1 が生じた場合に、企業が実際に負担する額を $S(\rho_1)$ とすると、 ρ_2 は保険に加入できないリスクによる流動性ショックである。したがって、リスクを外部に移転することはできない、企業に生じる流動性ショック全体は、

$$\rho = S(\rho_1) + \rho_2 \quad (2)$$

と表される。新たに生成された確率変数 ρ の確率分布関数およびその密度関数を $H(\rho; S)$, $h(\rho; S)$ と表す。保険によってリスクヘッジ戦略 S を実施するための保険料を $\Psi(S)$ と表す。リスクヘッジ戦略 S を所与とした場合に、負債契約で選択されるプロジェクト継続の閾値 ρ^{**} は、

$$H(\rho^{**}; S) p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p} \right) - \int_0^{\rho^{**}} \rho h(\rho; S) d\rho = I + \Psi(S) \quad (3)$$

で表される。さらに、第0期における企業の期待余剰 $W(\rho^*; S)$ は、

$$W(\rho^*; S) = H(\rho^*; S) p_H \frac{B}{\Delta p} \quad (4)$$

となる。保険を購入しない場合の期待利潤と比較したときの増分が、保険の経済的価値となる。 $G(\rho^*)$ は保険に全く加入しないときの企業の存続確率を表し、 ρ^* は保険に全く加入しないとき、企業が調達できる流動性資産の大きさを表す。 ΔW は企業がある保険戦略 S をとったときと、まったく保険に加入しなかったときとの企業の期待利潤の差を表す。

$$\Delta W = \{ H(\rho^*; S) - G(\rho^*) \} p_H \frac{B}{\Delta p} \quad (5)$$

(2) 保険戦略変更の効果

保険戦略が社会的厚生に及ぼす影響を明確化するために、リスクヘッジ戦略を S から $S + dS$ へ微小に変更した場合を考える。 dS とは、すでにリスクヘッジ戦略 S を参照点として、追加的に ρ_1 の生起に依存した第3者へのリスクヘッジ戦略を付与することを意味する。式(5)を S で偏微分すると、

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial S} = \left\{ \frac{\partial H(\rho^*; S)}{\partial S} + \frac{\partial H(\rho^*; S)}{\partial \rho^{**}} \frac{\partial \rho^{**}}{\partial S} \right\} p_H \frac{B}{\Delta p} \quad (6)$$

が得られる。式(6)の括弧内第1項は、リスクヘッジ戦略 S の変更により、確率分布 $H(\rho; S)$ が変形することで、閾値 ρ^{**} まで継続することを前提とした場合の企業の継

続確率の変化を表す。括弧内第2項は、リスクヘッジ戦略 \mathcal{S} の変更により、融資者の参加条件(3)を満たす ρ^{**} が変化することによって生じる効果を表す。以下、前者の効果をリスクヘッジ戦略 $d\mathcal{S}$ の直接効果、後者を間接効果と呼ぶ。保険料の限界費用が比較的割高な場合には、企業が調達できる流動性資産 ρ^{**} は減少し、間接効果は負となる。一方、限界費用が比較的割安な場合には、 ρ^{**} は増加し、間接効果は正となる。

3. レイヤー型保険モデル

(1) 保険金上限値決定問題

保険金支払いの上限値が設定されるレイヤーをもつ保険について考察する。一般的な保険では、損失がカバーされる支払い上限額が設定される。確率分布関数を特定化し、レイヤー型保険の最適設計問題を分析する。 $f(\cdot), F(\cdot)$ の関数形を $f(\rho) = \exp(-\rho), F(\rho) = 1 - \exp(-\rho)$ と特定化する。企業が流動性ショック ρ_1 をレイヤー型の保険でヘッジすることができる場合を考える。流動性ショックの大きさが $\rho_1 \leq \bar{\rho}_1$ のとき、リスクは保険会社が負担し、 $\rho_1 > \bar{\rho}_1$ のとき、上限額を超えた部分については、企業が負担するスキームを考える。このとき、企業が直面する流動性ショックの大きさ ρ は、

$$\rho = \begin{cases} \rho_2 & \text{if } \rho_1 \leq \bar{\rho}_1 \\ \rho_1 + \rho_2 - \bar{\rho}_1 & \text{if } \rho_1 > \bar{\rho}_1 \end{cases} \quad (7)$$

と表すことができる。流動性ショック ρ_1, ρ_2 は独立であると仮定する。

企業が最適保険金支払いの上限額を決定する問題は、

$$\max_{\bar{\rho}_1} \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)$$

$$\text{s.t. } \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)\rho_0 - \int_0^{\rho^*} \rho\phi(\rho; \bar{\rho}_1)d\rho = I + \Psi(\bar{\rho}_1)$$

と定式化できる。最大化問題の目的関数は、企業のプロジェクト継続確率であり、制約条件式は融資者の参加条件を表している。

最適化の一階条件により、最適な上限額は、直接効果と間接効果の和が0となる $\bar{\rho}_1^0$ で決まる。すなわち、

$$\frac{\partial \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1^0)}{\partial \bar{\rho}_1} + \frac{\partial \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1^0)}{\partial \rho} \frac{\partial \rho^*}{\partial \bar{\rho}_1} = 0 \quad (8)$$

と導かれる。第1項は、上限額を変化させることで継続確率の変化が高まる直接効果を表し、第2項は、閾値が変化することで継続確率に影響を与える間接効果を表す。次の命題が成り立つ。(紙面の都合上証明略)

命題 1 保険金支払上限額 $\bar{\rho}_1$ は有限である。

直接効果と間接効果の合計は、ある値より大きな上限値を設定すると、必ず負になる。ある上限値より大きい場合、保険料の限界費用が、限界期待利潤を上回る。フルカバーの保険をかけた場合、企業を存続させることが、社会的に非効率な場合にまで企業を存続させることになり、企業の期待利潤を圧迫することになる。

(2) 保険金下限値決定問題

上限値決定問題と同様に関数を特定化する。企業は、保険金が支払われるために生じるべき最低限の損失額を定めることが多い。企業が流動性ショック ρ_1 をレイヤー型の保険でヘッジすることができる場合を考える。流動性ショックの大きさが $\rho_1 \leq \underline{\rho}_1$ のとき、リスクは企業が負担し、 $\rho_1 > \underline{\rho}_1$ のとき、保険会社が下限額を超過した額を負担する。このとき、企業が直面する流動性ショック ρ は、

$$\rho = \begin{cases} \rho_1 + \rho_2 & \text{if } \rho_1 \leq \underline{\rho}_1 \\ \underline{\rho}_1 + \rho_2 & \text{if } \rho_1 > \underline{\rho}_1 \end{cases} \quad (9)$$

と表すことができる。流動性ショック ρ_1, ρ_2 は独立であると仮定する。

前節と同様に関数を特定化して考える。最適化問題を定式化する。最適化の一階条件により、最適な上限額は、直接効果と間接効果の和が0となる $\underline{\rho}_1^0$ で決まる。

命題 2 $\underline{\rho}_1^0$ は $0 < \underline{\rho}_1^0 < \underline{\rho}^*$ を満たす。

このことは、常にフルカバーの保険よりも下限値を設定したほうが、効率がよいことを示している。企業は保険契約不可能なリスクに対応するために流動性資産を保有する。したがって、その流動性資産を用いて、保険契約可能なリスクについても、ヘッジすることができる。小さな流動性ショックに関しては、保険契約できたとしても、保険料を事前に支払って、保険契約によってリスクを移転するよりも、流動性資産を用いて、リスクに対応するほうが、効率がよい。保険金支払いの下限値がその企業が調達できる流動性資産の量より大きいとき、企業はそのリスクに対して保険契約していたとしても、清算される。したがって、そのような保険契約は行われぬ。

4. おわりに

本研究では、保険のリスク中立的な経済主体のみを考え、企業の保険数理上公正な保険料の保険需要と流動性需要について考察した。またレイヤー構造をもつ保険需要の決定メカニズムを考察した。これまでの研究では、単一のリスクのみに焦点があてられていた。一般的な企業は外部に移転可能なリスクと不可能なリスクを保有するものであり、保険加入可能なリスクと不可能なリスクの双方を保有する企業の流動性需要と保険需要の両方を同時に考察したことは、非常に意義があると考えられる。企業は保険不可能なリスクを流動性資産によってヘッジする。その流動性資産を考慮しながら、企業は保険可能なリスクについて、どのような保険契約を締結すべきかを示すツールを開発した。今後、本研究をプロジェクトファイナンスへ応用していきたい。