

神戸大学大学院 学生員 ○伊藤 洋明
 神戸大学大学院 正会員 小谷 通泰
 鳥取大学大学院 正会員 谷本 圭志
 神戸大学大学院 学生員 楊 冬

1. はじめに

企業間で提携を形成した場合、企業の間で技術の共有が行われる場合がある。この場合、提携の形成によって、低い技術力を保有している企業が高い技術力を保有している企業の技術で生産可能となり、低い技術力を保有していた企業も安価な生産コストで供給ができるようになる。この場合、提携形成に伴う企業間での費用配分には特殊な費用構造をもつことになる。すなわち、提携に属する最もコストが低い企業のコストでその提携内のすべての企業がサービスを提供できるという費用関数が設定される。本研究では、この性質を備えた費用関数を前提とした企業間提携を想定し、提携によって生じる利得を配分する方法として、提携形ゲーム理論の解概念の1つであるシャプレイ値の適用可能性を3人ゲームを対象に検討する。

2. 費用関数の設定と公正配分概念について

(1) 費用関数の設定

あるサービスを提供しているプレイヤーがいるとし、プレイヤーの集合を N で表し、任意のプレイヤーを i (N) で表す。プレイヤー i によるサービスの供給量は d_i であるとする。さらに、同じ単位供給量当たりの費用でサービスを提供可能なプレイヤー i の集合をランクと呼ぶことにし、任意のランクを R_k ($1 \leq k \leq m$) で表す。また、ランク R_k に属するプレイヤーの単位供給量当たりの費用を α_k で表し、 $\alpha_k > \alpha_{k+1}$ ($1 \leq k \leq m-1$) とする。プレイヤー i が提携 S ($i \in S$) に属している場合の単位供給量当たりの費用を $\beta_i(S)$ で表すと、次式で表すことができる。

$$\beta_i(S) = \min_k [\alpha_k \mid S \cap R_k \neq \emptyset]$$

また、プレイヤー i が全提携を形成した場合、単位供給量当たりの費用が最も小さいプレイヤー i の単位供給量当たりの費用よりも小さな費用で供給可能であるとするので、 $\beta_i(N) = \alpha_{m+1} \leq \alpha_m$ とする。以上より、コスト関数は次のように定義できる。

$$C(S) = \sum_{i \in S} \beta_i(S) d_i$$

本研究では、特性関数を各提携による利得として考えるた

め、特性関数 v をコスト節減額として考え、以下のように定義する。

$$v(S) = \sum_{i \in S} C(i) - C(S)$$

(2) ケーススタディ

企業の提携を $N = \{1, 2, 3\}$ の3人ゲームとして考える。このとき、提携における3人ゲームが可能なケースとして次のものが挙げられる。< Case 1: $R_1 = \{1\}$, $R_2 = \{2\}$, $R_3 = \{3\}$ > 各社がそれぞれ異なる技術力をもつ場合。< Case 2: $R_1 = \{1, 2, 3\}$ > 各社がそれぞれ等しい技術力をもつ場合。< Case 3: $R_1 = \{1, 2\}$, $R_2 = \{3\}$ > 2社がより低い技術力をもち、1社がより高い技術力をもつ場合。< Case 4: $R_1 = \{1\}$, $R_2 = \{2, 3\}$ > 1社がより低い技術力をもち、2社がより高い技術力をもつ場合である。また、各ケースにおける利得構造は表1のとおりである。ただし、表記を簡略化するため、 $\alpha_k - \alpha_{k+1}$ を $\alpha_{k, k+1}$ で表している。

表1 各ケースにおける利得構造

提携		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
{1,2}	$v(12)$	$R_1 + R_2 - R_2$ $\alpha_{1,2}d_1$	$R_1 + R_1 - R_1$ 0	$R_1 + R_1 - R_1$ 0	$R_1 + R_2 - R_2$ $\alpha_{1,2}d_1$
{1,3}	$v(13)$	$R_1 + R_3 - R_3$ $\alpha_{1,3}d_1$	$R_1 + R_1 - R_1$ 0	$R_1 + R_2 - R_2$ $\alpha_{1,3}d_1$	$R_1 + R_2 - R_2$ $\alpha_{1,3}d_1$
{2,3}	$v(23)$	$R_2 + R_3 - R_3$ $\alpha_{2,3}d_2$	$R_1 + R_1 - R_1$ 0	$R_1 + R_2 - R_2$ $\alpha_{1,3}d_2$	$R_2 + R_2 - R_2$ 0
{1,2,3}	$v(123)$	$R_1 + R_2 + R_3 - R_4$ $\alpha_{1,4}d_1 + \alpha_{2,4}d_2 + \alpha_{3,4}d_3$	$R_1 + R_1 + R_1 - R_2$ $\alpha_{1,3}(d_1 + d_2 + d_3)$	$R_1 + R_1 + R_2 - R_3$ $\alpha_{1,3}(d_1 + d_2) + \alpha_{2,3}d_3$	$R_1 + R_2 + R_2 - R_3$ $\alpha_{1,3}d_1 + \alpha_{2,3}(d_2 + d_3)$

(3) 公正配分概念

コア(core)とは¹⁾、提携形ゲーム理論での最も基本的な公正配分概念の1つであり、すべてのプレイヤーが全提携に参加するための動機を保証する利得額の集合である。任意のプレイヤーが全提携のもとで得る利得ベクトルを $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ で表わすと、次式をみたす X の集合がコアである。

$$\begin{aligned} \sum_{i \in S} x_i &\geq v(S) \quad (\forall S \subset N) \\ \sum_{i \in N} x_i &= v(N) \end{aligned} \quad \cdots (1)$$

コアが非空であれば、全提携に参加する動機を確保するという意味で最低限の公平性を備えた利得が存在する。つまり、コアが非空であることは全提携が成立するための条件である。したがって、コアをみたす利得は、各プレイヤ

一間の合意を形成するという観点から有効であるといえる。

3. シャブレイ値の算出とシャブレイ値の問題点

(1) シャブレイ値の算出

シャブレイ値における複雑な計算を緩和することを考える。具体的には、シャブレイ値が満たす公理（加法性，ダミー，対称性）に着目する。ゲームの特性関数をいくつかの段階に分割した上で、シャブレイ値を段階ごとに算出し、それらの値を足し合わせることでゲーム全体のシャブレイ値を求める。この算出方法は次式で表される。ただし、 A_k は、 R_k ($1 \leq k \leq m$) 以上に属するプレイヤーの数を表す。また、 $(i, R_k \rightarrow R_{k+1})$ とは、提携形成によりプレイヤー i がランク R_k に属するプレイヤーの費用から R_{k+1} に属するプレイヤーのそれと生産可能となる場面における（分割された）ゲームを示している。

$$x_j(i : R_k \rightarrow R_{k+1}) = \begin{cases} \frac{|A_{k+1}|}{|A_{k+1}|+1}(\alpha_k - \alpha_{k+1})d_i & (j=i) \\ \frac{1}{|A_{k+1}|+1} \frac{1}{|A_{k+1}|}(\alpha_k - \alpha_{k+1})d_i & (j \in A_{k+1}) \quad \cdots(2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$x_j(i : R_m \rightarrow R_{m+1}) = \frac{1}{n}(\alpha_m - \alpha_{m+1})d_i \quad (j \in N) \quad \cdots(3)$$

$$x_j = \sum_{k=1}^m \sum_{i \in N} x_j(i : R_k \rightarrow R_{k+1}) \quad \cdots(4)$$

(2) シャブレイ値の問題点

シャブレイ値がコアに含まれるかどうかを検討した。その結果、本ゲームではシャブレイ値が常にコアをみたさないケース（Case 1 と Case 4）があることがわかった。この要因としては以下が考えられる。

任意のより低い技術力をもつ企業を i (R_i)、より高い技術力をもつ企業を j ($R_j : l > k$) とすると、これらの利得は、 $\alpha_k d_i$ と表される。 $\alpha_k d_i$ は、 i が j のみが提携した場合だけでなく、さらに j' ($R_j : j' \neq j, l > k$) も提携に参加した場合にも得られる。このため、シャブレイ値により利得 $\alpha_k d_i$ はこれらの企業 i, j, j' に配分される。すると、 i と j の配分値はその部分集合の特性関数 $\alpha_k d_i$ よりも小さくなる。したがって、シャブレイ値が常にコアをみたすとは限らないといえる。そこで、この問題点を考慮して、シャブレイ値の改良として改良シャブレイ値()と()を考案する。

4. シャブレイ値の改良()・()

(1) シャブレイ値の改良()

先述したように、全体の配分額が部分提携をした場合よりも減ることがある。また、本ゲームの設定を考えると、提携することにより、低い技術力の企業はより高い技術力の企業の技術力でサービスを提供できるという前提があり、高い技

術力の企業の貢献度はかなり高いと考えられる。したがって、部分提携において生じる利得を高い技術力の企業のみに配分することにする。このような条件を加えたシャブレイ値 H_j を改良シャブレイ値()と呼び、次式のように定義する。

$$H_j(i : R_k \rightarrow R_{k+1}) = \begin{cases} \frac{1}{|A_{k+1}|}(\alpha_k - \alpha_{k+1})d_i & (j \in R_{k+1}) \quad \cdots(5) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$H_j(i : R_m \rightarrow R_{m+1}) = \frac{1}{n}(\alpha_m - \alpha_{m+1})d_i \quad (\forall j \in N) \quad \cdots(6)$$

$$H_j = \sum_{k=1}^m \sum_{i \in N} H_j(i : R_k \rightarrow R_{k+1}) \quad \cdots(7)$$

実際に、値を算出し、コアの条件を確認すると以下のことがわかった。改良シャブレイ値()でも常にコアをみたすとは限らなかったが、部分提携において生じる利得は高い技術力の企業のみに配分しているため、単に貢献度の平均値を求めている従来のシャブレイ値がコアをみたす条件よりも、条件は緩和されていた。

(2) シャブレイ値の改良()

次に、改良シャブレイ値()では、高い技術力をもつ企業が複数存在する場合は全体の配分額が部分提携をした場合よりも減ることに着目して、高い技術力をもつ企業が複数存在する場合は、部分提携において生じる利得を低い技術力の企業のみに配分することにする。このような条件を加えたシャブレイ値 L_j を改良シャブレイ値()と呼び、次式のように定義する。

$$L_j(i : R_k \rightarrow R_{k+1}) = \begin{cases} (\alpha_k - \alpha_{k+1})d_i & (j=i, |A_{k+1}| \geq 2) \\ \frac{|A_{k+1}|}{|A_{k+1}|+1}(\alpha_k - \alpha_{k+1})d_i & (j=i, |A_{k+1}|=1) \quad \cdots(8) \\ \frac{1}{|A_{k+1}|+1} \frac{1}{|A_{k+1}|}(\alpha_k - \alpha_{k+1})d_i & (j \in A_{k+1}, |A_{k+1}|=1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$L_j(i : R_m \rightarrow R_{m+1}) = \frac{1}{n}(\alpha_m - \alpha_{m+1})d_i \quad (j \in N) \quad \cdots(9)$$

$$L_j = \sum_{k=1}^m \sum_{i \in N} L_j(i : R_k \rightarrow R_{k+1}) \quad \cdots(10)$$

実際に、改良シャブレイ値()を算出し、コアの条件を確認した結果、改良シャブレイ値()は本ゲームにおいて常にコアに含まれることがわかった。

5. おわりに

本ゲームでは、解の安定性の点においては、改良シャブレイ値()が最も優れていることがわかる。また、改良シャブレイ値()は解の安定性の点においては改良シャブレイ値()に劣るが、明らかに貢献度の高いプレイヤーが存在するゲームにおいては、有効な方法であるといえる。

【参考文献】

- 1) 鈴木光男 「新ゲーム理論」 勁草書房 1994