

京都大学大学院	学生会員	○藤森 裕二
大成建設株式会社	正会員	下村 泰造
京都大学大学院	学生会員	小濱 健吾
京都大学大学院	フェロー会員	小林 潔司

1. はじめに

わが国では、空港施設が埋め立て地や空港島のような人工地盤上に建設される場合が少なくない。このような空港施設では、空港地盤の不同沈下がコンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこととなる。本研究では、空港地盤の不同沈下を考慮した舗装の維持管理補修政策を求める方法論を提案する。

2. 基本モデル

(1) 地盤の沈下過程

混合地盤沈下モデルを、確率的1次元圧密モデルで作成した平面メッシュ*i* ($i = 1, \dots, I$)の地盤沈下パス $f_i(t, k)$ ($k = 1, \dots, K$)の荷重和

$$\hat{y}_i^t = \sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) f_i(t, k) + \hat{\varepsilon}_i \quad (t = 0, \dots, \bar{T}) \quad (1)$$

として表現する。ここに、 $\hat{\varepsilon}_i$ は、測定誤差を表す確率変数であり、互いに独立な1次元正規分布 $\mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ に従うと仮定する。また、 $\hat{\omega}_i(k)$ は、地盤沈下パス k に対して割り当てられた重みであり、

$$\sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) = 1 \quad (i = 1, \dots, I) \quad (2)$$

が成立する。

(2) 舗装の劣化過程

時点 t におけるマルコフ推移確率は、時点 t で評価された健全度 $h_i^t(\hat{y}^t) = j$ を与件とし、次の時点 $t+1$ において健全度 $h_i^{t+1}(\hat{y}^t) = l$ が生起する条件付確率

$$\begin{aligned} \text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{y}^t) = l | h_i^t(\hat{y}^t) = j] \\ = p_i^{j,l,t}(\hat{y}^t) \end{aligned} \quad (3)$$

と定義できる。ただし、期間 $[t, t+1)$ 中は、地盤沈下量は \hat{y}^t のまま一定であると仮定する。さらに、期間 $[t, t+1)$ で定義される条件付確率(3)を要素とするマルコフ推移行列を

$$P_i^t(\hat{y}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11,t}(\hat{y}^t) & \dots & p_i^{1J,t}(\hat{y}^t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_i^{JJ,t}(\hat{y}^t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

と定義する。この時、地盤沈下過程のサンプルパス $\hat{y} = (\hat{y}^0, \dots, \hat{y}^{\bar{T}})$ を与件としたとき、平面メッシュ i ($i = 1, \dots, I$)の t 期における健全度の確率分布 $\mathbf{m}_i^t(\hat{y}) = (m_i^{1,t}(\hat{y}), \dots, m_i^{J,t}(\hat{y}))$ は、

$$\mathbf{m}_i^t(\hat{y}) = \mathbf{m}_i^0 \prod_{s=0}^{t-1} P_i^s(\hat{y}^s) \quad (5)$$

と表される。ただし、 $\mathbf{m}_i^0 = (1, 0, \dots, 0)$ である。

(3) 補修・劣化過程

平面メッシュ i の状態 (l^t, \hat{y}^t) のときに補修政策 d を適用した場合、平面メッシュ i の健全度の推移確率は

$$q_i^{l^t j^t, dt}(\hat{y}^t) = \begin{cases} 1 & \xi_i^{d,t}(l, \hat{y}^t) = j^t \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (6)$$

$(l^t = 1, \dots, J; j^t = 1, \dots, l^t)$

と表される。すなわち、補修が実施された後の健全度(補修が実施されない場合は元の健全度)に確率1で推移する。以上の推移確率を推移確率行列 $Q_i^{dt}(\mathbf{y}^t)$ として整理することにより、

$$Q_i^{dt}(\hat{y}^t) = \begin{pmatrix} q_i^{11,dt}(\hat{y}^t) & q_i^{12,dt}(\hat{y}^t) & \dots & q_i^{1J,dt}(\hat{y}^t) \\ q_i^{21,dt}(\hat{y}^t) & q_i^{22,dt}(\hat{y}^t) & \dots & q_i^{2J,dt}(\hat{y}^t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_i^{J1,dt}(\hat{y}^t) & q_i^{J2,dt}(\hat{y}^t) & \dots & q_i^{JJ,dt}(\hat{y}^t) \end{pmatrix} \quad (7)$$

を得る。健全度 J である場合、直ちに補修されるため常に $q_i^{JJ,dt}(\mathbf{y}^t) = 0$ が成立する。この場合、補修ルール d の下で、 t 期のモニタリング後の状態 (l^t, \hat{y}^t) から、補修アクションを実施し、 $t+1$ 期の期首におけるモニタリング実施後の状態 (l^{t+1}, \hat{y}^{t+1}) に推移する確率を表す推移確率行列 $P_i^{dt}(\mathbf{y}^t)$ は

$$P_i^{dt}(\mathbf{y}^t) = Q_i^{dt}(\hat{y}^t) P_i^t(\hat{y}^t) \quad (8)$$

と表される。

(4) 維持管理契約モデル

運営者は、契約期間 $[0, \bar{T}]$ において、期待ライフサイクル費用の最小化を図る。また、契約期間全体を通じて、補修アクション実施後の健全度 j^t ($t = 1, \dots, \bar{T}$) が、性能水準を満足しなければならない性能規定契約が結ばれている。したがって、維持管理契約モデルは

$$V_i^0(\mathbf{1}, \mathbf{y}^0) = \min_{d \in D} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (9)$$

subject to

$$j^t \leq L \quad (t = 1, \dots, \bar{T}) \quad (10)$$

と表される。ここに、 $V_i^0(\mathbf{1}, \mathbf{y}^0)$ は初期時点において達成可能な期待ライフサイクル費用の最小値、 γ^t は t 期における割引因子、 (l^t, \mathbf{y}^t) は、それぞれ t 期のモニタリングにより観測される健全度、および地盤沈下量、 L は性能基準を表す。ただし、記号 $E[\cdot]$ は、地盤沈下過程、および舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す。すなわち、地盤沈下過程 \hat{y}^t は、混合地盤沈下モデル(1)に従

って分布する。最後に、各期における健全度の相対的頻度分布は、式(8)を用いて

$$m_i^{dt}(\hat{y}) = m_i^0 \prod_{s=0}^{t-1} P_i^{ds}(\hat{y}^s) \quad (11)$$

と表現できる。

3. モデルの解法

混合地盤沈下モデル(1),(2)を用いて、地盤沈下過程に関するサンプルパスをランダムに発生させる。地盤沈下過程に関して合計 M 本のサンプルパスの中で、サンプルパス f に着目すると、契約終了期において、

$$V_i^{f\bar{T}}(l^{\bar{T}}, \hat{y}^{f\bar{T}}) = \begin{cases} 0 & (l^{\bar{T}} = 1, \dots, L) \\ c_{l^{\bar{T}}j^{\bar{T}}} & (l^{\bar{T}} = L+1, \dots, J) \end{cases} \quad (12)$$

が成立する。ただし、 $c_{l^{\bar{T}}j^{\bar{T}}}$ は性能基準を満たすために必要な補修費用である。すなわち、 $j^{\bar{T}} \leq L$ が成り立つ。つぎに、 t 期に着目すると、 t 期の最適化問題は

$$\begin{aligned} & V_i^{ft}(l^t, \hat{y}^{ft}) \\ &= \min_{\xi_i^{dt}(l^t, \hat{y}^{ft}) \in \xi_i(l^t, \hat{y}^{ft})} \left\{ c_i^d(l^t, \hat{y}^{ft}) \right. \\ & \left. + \gamma E^\circ \left[V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \hat{y}^{f,t+1}) \right] \right\} \\ &= \min_{\xi_i^{dt}(l^t, \hat{y}^{ft}) \in \xi_i(l^t, \hat{y}^{ft})} \left\{ c_i^d(l^t, \hat{y}^{ft}) \right. \\ & \left. + \gamma \sum_{l^{t+1}=1}^J p_i^{l^{t+1}, dt}(\hat{y}^{ft}) V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \hat{y}^{f,t+1}) \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

と表される。記号 $E^\circ[\cdot]$ は、舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す。サンプルパス f 上で定義される再帰方程式(13)は、通常確率動的計画問題の再帰方程式に他ならない。 \bar{T} 期における終端条件を用いて、再帰方程式(13)を後ろ向きに解くことが出来る。以上のプロセスを第0期まで繰り返す。以上で求めた最適補修政策は、地盤沈下パス f に対して定義された最適政策であるので、上記問題の最適政策を $\xi_i^*(\hat{y}^f) = (\xi_i^{d^*0}(l^0, \hat{y}^{f0}), \dots, \xi_i^{d^*\bar{T}}(l^{\bar{T}}, \hat{y}^{f\bar{T}}))$ と表す。このとき、地盤沈下パス f 上における第0期の最適値関数は

$$V_i^{f0}(1, \hat{y}^{f0}) = c_i^{d^*}(1, \hat{y}^{f0}) + \gamma E^\circ \left[V_i^{f1}(l^1, \hat{y}^{f1}) \right] \quad (14)$$

と表すことができる。最適値関数 $V_i^{f0}(1, \hat{y}^{f0})$ は、地盤沈下パス f を既知として求めたものである。しかし、0期の期首において、地盤沈下過程は未知であり、将来時点で起こりえる地盤沈下過程の不確実性を考慮することが必要となる。すなわち、第0期の期首で評価した期待ライフサイクル費用は

$$V_i^0(1, \hat{y}^0) = \frac{1}{M} \sum_{f=1}^M V_i^{f0}(1, \hat{y}^{f0}) \quad (15)$$

と表すことができる。以上の議論より、最適補修政策は、地盤沈下パスのそれぞれに対して定義されるため、最適補修政策の数は膨大な数に及ぶ。ここでは、

表-1 ライフサイクル費用を検討する政策

政策	必ず補修	補修の有無を選択	補修しない
1	4, 5	—	1, 2, 3
2	4, 5	3	1, 2
3	4, 5	2, 3	1
4	5	—	1, 2, 3, 4
5	5	4	1, 2, 3
6	5	3, 4	1, 2
7	5	2, 3, 4	1

注)政策1～3においては、予防保全の観点から劣化状態4になった時点で補修を実施することになっている。

表-2 政策による期待LCCおよび平均的LCCの最小値

政策	期待LCC(単位:万円)	平均的LCC(単位:万円)
1	21060.4	20698.9
2	21060.4	20698.9
3	21060.4	20698.9
4	27600.2	26534.2
5	21060.4	20698.9
6	21060.4	20698.9
7	21060.4	20698.9

補修政策の1つの事例として、平均的な地盤沈下過程を表す期待値パス $E\mathbf{y} = (E\mathbf{y}^0, \dots, E\mathbf{y}^{\bar{T}})$ をとりあげ、期待値パス上における条件付最適補修政策 $\xi_i^*(E\mathbf{y}) = \{\xi_i^{d^*0}(l^0, E\mathbf{y}^0), \dots, \xi_i^{d^*\bar{T}}(l^{\bar{T}}, E\mathbf{y}^{\bar{T}})\}$ を求める。以下では、条件付最適補修政策 $\xi_i^*(E\mathbf{y})$ を、平均的最適補修政策、期待値パスに対して定義された期待ライフサイクル費用 $V_i^{E0}(1, E\mathbf{y}^0)$ を、平均的ライフサイクル費用と呼ぶ。

4. 適用事例

紙面の都合上、詳細については省略するが、補修の政策内容、期待ライフサイクル費用および平均的ライフサイクル費用の計算結果を記載する。

7つの政策において、政策7は劣化状態が2～4になったときに補修を実施するかの選択が可能であり、最も自由度が高く、期待ライフサイクル費用を最小にする補修アクションを選択可能な政策となっている。しかし、表-2に示すように、政策1～3、5～7における期待ライフサイクル費用および平均的ライフサイクル費用が同じである。これらの政策の内、補修の有無の選択ができない政策1が最も自由度の低い政策であるので、平均的最適補修政策が、劣化状態4、もしくは5になったときに補修を実施するという定常政策であることが求められた。

5. おわりに

本研究では、空港地盤の不同沈下の影響を考慮した空港舗装マネジメントにおける初期時点の期待ライフサイクル費用を計算し、地盤沈下の期待値パスに対して定義される平均的最適補修政策を求めた。今後の課題として、空港供用後に得られる地盤沈下過程や舗装の劣化過程のモニタリング情報を用いて補修計画の修正を行う方法論の開発が必要となる。