第II部門　　　飽和不飽和流モデルの新たな数値計算法の開発

京都大学大学院　学生員　○　安 賢旭
京都大学大学院　正員　　　市川　温
京都大学大学院　正員　　　立川 康人
京都大学大学院　正員　　　椎葉充晴

1　はじめに　土壌中の飽和不飽和浸透流をシミュレーションする数値計算モデルは水資源管理や水文モデル、環境マネージメント分野等に広く使われている。飽和不飽和流の数値計算法は様々提案されているが、なかでも修正 Picard 法[1] は水収支誤差がほとんどないという利点があり、飽和不飽和流の計算に最も広く用いられている計算法の一つである。しかし、比較的大きな領域を二次元的あるいは三次元的に計算しようとすると、計算時間が非常に大きくなるという問題がある。本研究では高速かつ精度の高い飽和不飽和流モデルの数値計算法を開発することを目的とする。

2　二次元飽和不飽和流モデルの高速化　飽和不飽和流モデルを高速化するために、まず二次元で計算方法の検証を行った。水収支誤差が小さく、多次元でも適用可能であり、飽和不飽和流の計算に広く用いられている修正 Picard 法を基本とし、ADI 法・IADI 法[2]・Direction Splitting 法と修正 Picard 法を組み合わせて 5 つの計算方法を検討した (**表 1** 参照)。計算法 0 は一般的な修正 Picard 法であり、高速化されていない計算法である。また、計算法 1〜5 は ADI 法などで高速化された計算法である。上記した ADI 法等の計算方法は多次元の解を求める過程を一次元の解を求める過程に分離して計算する方法であり、低次元の連立方程式を解くことにより、計算時間を短縮することが可能であると考えられる。正方形 1m の領域で降雨を与える数値シミュレーションを行い、計算法 0 の結果と比較した結果、計算法 1〜3 は精度が低く、計算法 4・5 は精度が高いということが明らかとなった。また、計算法 1〜5 は計算法 0 より 4〜5 倍程度速い計算速度を示した。

3　三次元飽和不飽和流モデルの高速化　二次元での数値シミュレーションの結果、精度の高かった二つの計算法 (IADI 法と修正 Picard 法を結合した計算法・修正した IADI 法と修正 Picard 法を結合した計算法) を採用し、3 次元計算法の検証を行った。計算法 0 は修正 Picard 法を三次元で適用した計算法、計算法 1 は IADI 法と修正 Picard 法を結合した計算法、計算法 2 は修正した IADI 法と修正 Picard 法を結合した計算法とする。

表 1 計算方法

	修正 Picard 法	高速化のための手法
計算法 0	○	−
計算法 1	○	ADI 法
計算法 2	○	Direction Splitting 法
計算法 3	×	IADI 法
計算法 4	○	IADI 法
計算法 5	○	修正 IADI 法

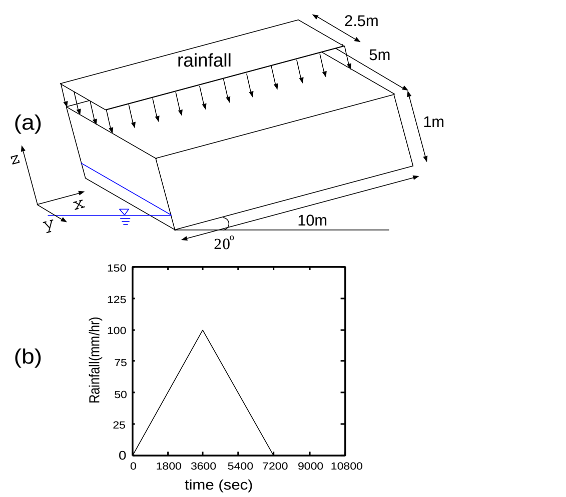


図 1 シミュレーション条件:(a) 対象領域,(b) 降雨量

3.1　シミュレーション条件　厚さ 1m、幅 5m、長さ 10m の乾いている斜面に降雨を与えてシミュレーションを行った。ただし、三次元的な流れを確認するため、奥行方向で 2.5m 地点まで降雨を与えることにした (**図 1(a)** 参照)。また、降雨量を **図 1(b)** に示す。上流端、底面、側面は不透水にし、下流端は常に一定

Hyunuk AN, Yutaka ICHIKAWA, Yasuto TACHIKAWA and Michiharu SHIIBA

表 2 格子の条件

	Δx	Δy	Δz	格子数
case 1	0.2(m)	0.2(m)	0.05(m)	25000
case 2	0.2(m)	0.1(m)	0.05(m)	50000
case 3	0.1(m)	0.1(m)	0.05(m)	100000
case 4	0.1(m)	0.1(m)	0.025(m)	200000

な水位を保つようにした。このような境界条件で、降雨がない場合の定常状態を初期状態とした。$\Delta t = 10$ 秒とし、格子の大きさ (Δx、Δy、Δz) は**表 2** の 4 ケースを試した。

計算法 0 及び計算法 1,2 を用いてシミュレーションを行ったところ, 計算法 0 と計算法 2 では計算を実行することができたが、計算法 1 では反復計算が収束せず、解を求めることができなかった。

3.2 シミュレーション結果及び考察 シミュレーション結果から、計算法0で得られた体積含水率と、計算法 2 で得られた体積含水率を比較し、その平均誤差と最大誤差を**図 2** に示す。本研究では誤差を次式のように定義した。

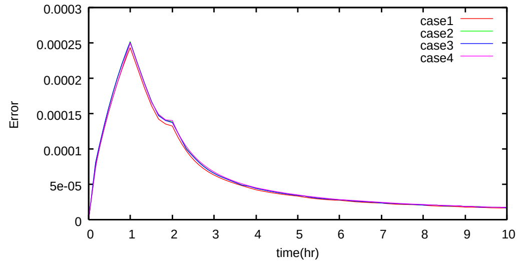
$$Error_m = \frac{|\theta_m - \theta_0|}{\theta_0} \tag{1}$$

ただし、$Error_m$：計算法 m の誤差、θ_0：計算法 0 で得られた体積含水率、θ_m：計算法 m で得られた体積含水率である。平均誤差は全ての格子の誤差を足して格子数で割ったものであり、最大誤差は全ての格子の誤差の中で最大の値である。case1〜case4 の平均誤差と最大誤差の最大値はそれぞれ 2.5×10^{-4} と 6.5×10^{-3} 程度であり、十分小さいと思われる。

シミュレーションは 10 時間分行った。シミュレーションに要した時間を**表 3** に示す。ただし、計算法 1 では計算ができなかったため、計算時間は示していない。格子数が増えると計算時間の差が大きくなっている。格子数が増えることに伴い、t_0/t_2 も増えており、計算法 2 は格子数が増えるほど、IADI 法を用いた効果が表われていると考えられる。

4 おわりに 本研究では飽和不飽和流モデルの高速化のために、まず二次元モデルで ADI 法、IADI 法、Direction splitting 法と修正 Picard 法を組み合わせた５つの計算法を適用し、数値シミュレーションを行った。５つの方法とも 4〜5 倍程度、修正 Picard 法のみ適用した計算法より、計算速度が速かった。５つの計算法の中、IADI 法を用いた二つの計算法が高い精度を示した。その二つの計算法を採用し、三次元モデルでの検証を行ったところ、二つの計算法の中で IADI と修正 Picard 法を用いた計算法では反復計算で解が収束せず、解を求めることができなかった。修正 IADI 法と修正 Picard 法を用いた計算法と修正 Picard 法のみ適用された計算法ではシミュレーションを実行することができた。計算の結果得られた体積含水率を比較したところ、最大誤差は 1% 以下であった。計算速度は修正 Picard 法のみ適用された計算法に比べ、約 6〜8 倍速かった。格子数が増えるほど、修正 Picard 法のみ適用された計算法と提案された計算法の計算時間の比は大きくなった。

(a)



(b)

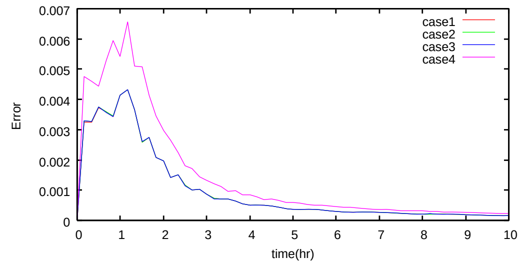


図 2 計算法 2 における体積含水率の (a) 平均誤差、(b) 最大誤差

表 3 計算時間

	格子数	計算時間,t_0 (計算法 0)	計算時間,t_2 (計算法 2)	t_0/t_2
case 1	25000	8434(sec)	1293(sec)	6.52
case 2	50000	17040(sec)	2497(sec)	6.82
case 3	100000	35505(sec)	4994(sec)	7.11
case 4	200000	84519(sec)	10687(sec)	7.91

参考文献

[1] Celia, M.A., Bouloutas, E.T. and Zarba, R.L.: A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation, Water Resources Research, Vol. 26, No. 7, pp. 1483-1496, 1990.

[2] Rubin, J.: Theoretical analysis of two-dimentional transient flow of water in unsaturated and partly unsaturated soil, Soil Science Society of America, Vol. 32, pp. 610-615, 1968.