II 部門　　多相場の解法および有限要素法を用いた自由水面流中の弾性体変形の連成解析手法

京都大学工学部　学生員　○黒田　望
京都大学大学院社会基盤工学専攻　正会員　牛島　省
京都大学大学院社会基盤工学専攻　フェロー　禰津　家久

1．はじめに

流れの影響を受けて変形する物体の挙動を把握することは，各種の工学的な問題において重要な課題となっている．流れに対する物体の変形応答は，波浪に対する弾性浮体構造物の応答，地震時に発生するスロッシングと薄肉構造物の変形など，多くの問題に関連している．水工学分野では，変形を伴う植生の流体抵抗の変化や，洪水時における河畔林の倒伏の問題などに関係している．

本報では，多相場の数値解法 (MICS) [1] に，物体の変形を有限要素法で求める固体モデルを導入する．複数の弾性板の一端が底面に固定された水槽に水を満たし，水槽を加振することにより，水面変動と弾性板の変形を発生させる実験を行い，これを対象とする数値計算を行って解法の適用性を検討する．

2．数値解析手法

(1) 3 次元自由水面流れの計算法

MICS における多相場の基礎式は，以下の Euler 表記による質量保存則，非圧縮条件，保存形表示された運動方程式の 3 式である．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j)=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j)=f_i-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} +\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j)\right] \tag{3}$$

t と x_i は時間と 3 次元直交座標系の座標成分である．ρ, μ，p は順に計算セル内の体積平均操作によって求められる密度，粘性率，圧力である．また，u_i はセル内の質量平均により算出される流速成分である．f_i は外力の加速度成分を表す．

(2) 有限要素法による物体計算

物体の動的挙動を数値的に扱う場合には，流体力が外力として作用したときの物体の変形量や各点の加速度および速度を正確に計算することが重要となる．

本報では物体を弾性体と仮定し，ヤング率などの一般的なパラメータを利用する有限要素法により，物体の変形や動的挙動を扱う解法を新たに作成した．

図–1 のように物体を四面体要素に分割し，その各節点上に変数を定義する．本報では，形状関数が座標の 2 次関数で表される，四面体 2 次要素を利用することとした．有限要素法による連続的な弾性体の動的計算では，質量マトリックス M と各節点の加速度成分から構成される加速度ベクトルとの積により慣性力が定義され，これに弾性力，減衰力および加振力 (外力) を考慮した方程式が動的応答の基礎式となる．

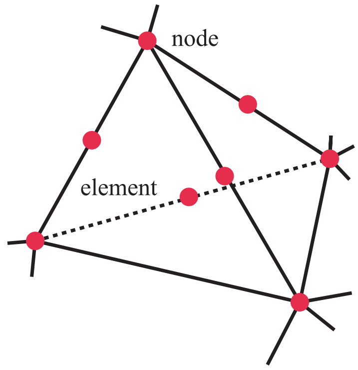

図 1　四面体要素と節点

各節点の 3 次元変位を成分とするベクトルを $\boldsymbol{d}$ とすれば，物体の動的挙動に関する支配方程式は，次式で与えられる．

$$M\ddot{\boldsymbol{d}}+C\dot{\boldsymbol{d}}+K\boldsymbol{d}=\boldsymbol{f}_e \tag{4}$$

ここで，上付のドットは時間微分 (2 つのドットは 2 階微分) を表し，C は減衰マトリックス，K は剛性マトリックス，$\boldsymbol{f}_e$ は流体力などの外力ベクトルである．本報では，集中質量を対角要素とする集中質量マトリックスを用いる．

式 (4) の減衰マトリックス C は，質量マトリックスと同様に，対角行列として表される減衰マトリックスを利用する．

動的応答の基礎式である式 (4) を時間積分することにより，節点の速度と変位の 3 次元成分が得られる．時間方向には，差分法を用いて離散化を行う．本報では，次式のように，$n+1$ ステップの節点の速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{d}}$ と節点の変位 $\boldsymbol{d}$ を求めた．

$$\dot{\boldsymbol{d}}^{\,n+1}=\dot{\boldsymbol{d}}^{\,n}+M^{-1}(\boldsymbol{f}_e^n-C\dot{\boldsymbol{d}}^{\,n}-K\boldsymbol{d}^n)\Delta t \tag{5}$$

$$\boldsymbol{d}^{\,n+1}=\boldsymbol{d}^{\,n}+\dot{\boldsymbol{d}}^{\,n+1}\Delta t \tag{6}$$

Nozomu KURODA, Satoru USHIJIMA and Iehisa NEZU

３．水理実験と解法の検証

(1) 弾性板を用いる水理実験

数値解法の適用性を確認するため，弾性板を内部に備えた水槽に水平加速度を与えて，水面変動と流れを発生させ，弾性板の変形を調べる実験を行った．この実験結果を計算結果と比較する．

実験に用いた水槽を**図–2** に示す．弾性板は，下面が水槽底面に接着され，片持ち梁の状態となっている．弾性板の比重は 0.255 であり，荷重を加えて変形させたところ，ほぼ弾性体と見なせる特性があることが確認された．

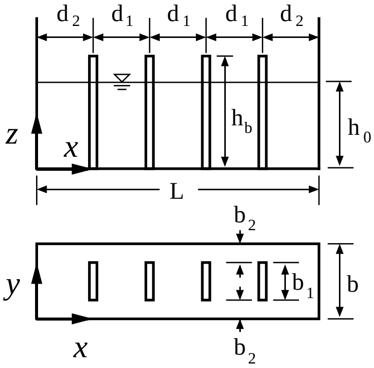

図 2　実験水槽と座標系 (上は側面図，下は平面図)

実験では，水槽内に初期水深が h_0 となるように水を入れ，静水状態とした後，**図–2** の x 方向に電動スライダを用いて水平加速度を加えた．約 0.2 秒間，正の一定の加速度 a_x を加えた後，同じ時間にわたり加速度 $-a_x$ を加えて水槽を停止させた．この加振により水面変動と流れが生じ，それに伴って弾性板が変形する．この状況を側面からビデオで撮影し，ビデオ画像を解析して弾性板の変形量などを求めた．実験条件は表 1 に示すとおりである。

L	190 mm	b	60 mm
h_b	100 mm	b_1	30 mm
d_1	45 mm	d_2	35 mm
a_x	1.0, 0.5 m/s^2	h_0	75，100，125 mm

表–1　実験条件

(2) 計算結果との比較

計算セル	5 mm		
ν_w	1.0×10^{-6} m^2/s	ν_a	1.0×10^{-5} m^2/s
ρ_w	1.0×10^3 kg/m^3	ρ_a	1.0 kg/m^3
節点数	184	要素数	441
ヤング率	3.5×10^5 Pa	減衰係数	2.0×10^4 N s/m/m^3

表–2　計算条件

計算条件は表 2 に示すとおりである。

図–3 に容器両端 $(x = 0, L)$ における水位変動量 η_0 および η_L と，**図–2** の左から 2 番目の弾性板先端の x 方向の変位量 d_t の時系列を示す．実験で得られた最大水位変動量 η_m は，計算結果とほぼ一致している．また，弾性板先端は水位変動と概ね 1/4 波長ずれた変化を示している．これより，弾性板は流速が最大となるときの流体力により変形していると考えられる．**図–4** に弾性板先端の変位 d_t の時系列を示す．実験および計算結果では，両端 2 枚および中央 2 枚の弾性板の変位は，概ね同様の変動を示した．そのため，**図–4** の実験結果では，それらの平均を out，in と表している．前者より，後者の変位が一般に大きくなった．

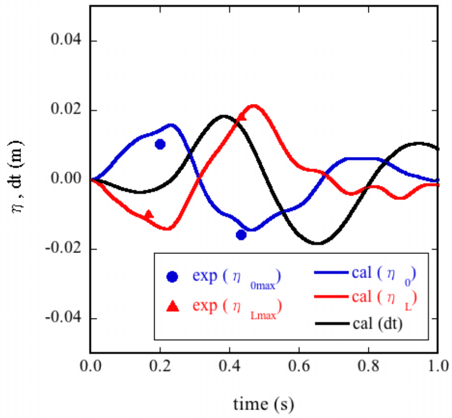

図 3　水位変動と弾性板変位の時系列 (ケース a1h100)

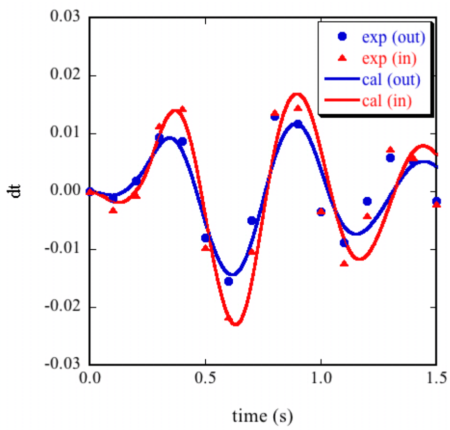

図 4　弾性板先端の変位の時系列 (ケース a1h125)

４．おわりに

多相場の解法である MICS に，有限要素法による固体変形計算を用いる解法を示した．固体計算にいくつかの検討課題が残されるが，実験結果との比較による解法の適用性はほぼ良好であったと考えられる．

参考文献

1) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久．３次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討．土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79–89, 2006.