

神戸大学工学部(元神戸高専) 学生員 ○白川 祐太
神戸市立工業高等専門学校 正会員 山下 典彦

1. はじめに

これまでに、数々の P - Δ効果についての研究がなされてきたが、P - Δ効果が構造物の応答に及ぼす影響の定量的な評価はほとんどなされていないのが現状である。そこで本研究では、この影響を推定するために山崎ら¹⁾の提唱した安定比 τ (振動系の特性と入力の大さきからなる指標) を指標として導入した。具体的には、1 質点系モデルの復元力特性として歪硬化を考慮した履歴ループ(以下、歪硬化ループという)と Masing の法則に従った一般的なバイリニア履歴ループ(以下、Masing ループという)を用い、弾塑性応答解析を行いエネルギースペクトルから降伏強度を決定し、安定比に対する歪エネルギーの 1 方向への偏りと塑性率の増加現象について比較した。

2. 安定比 τ と安定係数 θ

図 1 のような P - Δ効果を考慮した 1 質点系モデルの水平方向の振動方程式は、次式で表される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Q(x) - k_{p\Delta}x = -m\ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここに、 m : 質点の質量、 $c\dot{x}$: 粘性減衰、 $Q(x)$: 復元力、 $-m\ddot{x}_0$: 地震外力、 x : 質点の相対変位、 $k_{p\Delta}$: P - Δ効果による剛性の低下量

P - Δ効果の指標として、次式で定義される安定係数 θ がよく用いられる。

$$\theta = k_{p\Delta} / k_e \quad (2)$$

ここに、 k_e : ばねの弾性剛性

$$k_{p\Delta} = mg / l \quad (3)$$

しかし、この安定係数は異なる地震入力エネルギー、すなわち想定する累積塑性変形倍率の影響を表現することはできない。そこで、ひとつの地震動に対してこの系に入力するエネルギーのうち損傷に寄与する量を E_D とし、 E_D による累積塑性変形倍率 η を表すと

$$E_D = \frac{1}{2} Q_y x_y \frac{(1-\theta_{cr})(1-\alpha)}{\theta_{cr}-\alpha}, \eta = \frac{E_D}{Q_y x_y} \quad (4)$$

$$Q_y = mg C_B, x_y = \frac{Q_y}{k_e}, k_e = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 m \quad (5)$$

ここに、 α : 塑性勾配係数、 Q_y : ばねの降伏強度、 x_y : ばねの降伏変位、 C_B : せん断係数、 T : 固有周期

図 1 に示した振動系は、その復元力が零になったと

きをもって崩壊とする。崩壊条件の 1 つとして、応答における塑性変形増分が完全に 1 方向のみに累積し、地震終了後に復元力が零になる場合を考える。図 2 において、破線がバネの反力、実線が復元力 ($Q - k_{p\Delta}$) を表しているものとすれば、上記の場合には、地震終了後に復元力は図中の F 点に達している。このときの安定係数 θ を θ_{cr} とする。

さらに、安定比 τ を次式で定義する。

$$\tau = \frac{\theta}{\theta_{cr}} \quad (6)$$

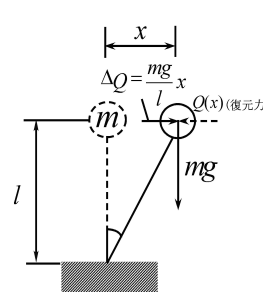


図 1 1 質点系モデル

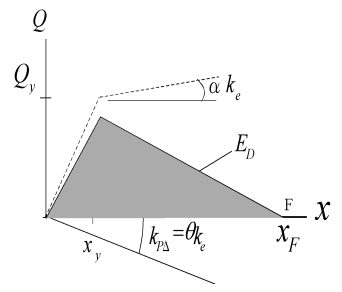


図 2 崩壊状態

3. エネルギースペクトル

P - Δ効果を考慮しない 1 質点系モデル(式(1)で左辺の $-k_{p\Delta}x$ の項を除く)の振動方程式の両辺に $dx = \dot{x}dt$ をかけ、地震の全継続時間 t_0 にわたって積分すればエネルギーの釣合式として次式が得られる。

$$m \int_0^{t_0} \ddot{x} \dot{x} dt + c \int_0^{t_0} \dot{x}^2 dt + \int_0^{t_0} Q(x) \dot{x} dt = -m \int_0^{t_0} \ddot{x}_0 \dot{x} dt \quad (7)$$

式(7)の右辺は、入力エネルギー E である。

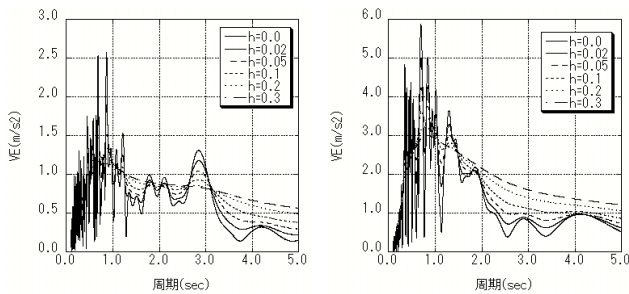
$$V_E = \sqrt{\frac{E}{m}} \quad (8)$$

エネルギースペクトルは、式(9)の入力エネルギーの速度換算値 V_E と固有周期 T の関係と定義されている。解析条件は、弾性解析で減衰定数 0, 2, 5, 10, 20, 30(%), 固有周期 0.1 ~ 5.0(sec), 微少時間 0.001(sec)としている。エルセントロ、神戸海洋気象台の入力地震動(NS 成分)のエネルギースペクトルを図 3(a), (b) に示す。

この関係を利用して、特定の固有周期における入力エネルギーの速度換算値 V_E を以下の式に代入する。

$$V_D = \frac{1}{1+3h+1.2\sqrt{h}} V_E, C_B = \sqrt{\frac{2\pi^2 V_D^2}{\eta g^2 T^2}} \quad (9)$$

式(9)より,せん断係数 C_B の初期値を決定し,弾塑性応答解析において,特定の η に対するせん断係数 C_B を算出し,ばねの降伏強度 Q_y が決定できる。



(a)エルセントロ

(b)神戸海洋気象台

図3 エネルギースペクトル

4. 履歴ループ

図4に歪硬化ループを示す。この履歴ループの特性は,基線となる x 軸で分けられる2つの領域において $Q-x$ 関係は独立であり,1つの領域における各履歴サイクルの塑性の $Q-x$ 関係を基線 x 軸に関して平行移動し,順次つなぎ合わせたものは単調加力下の $Q-x$ 関係に一致する。

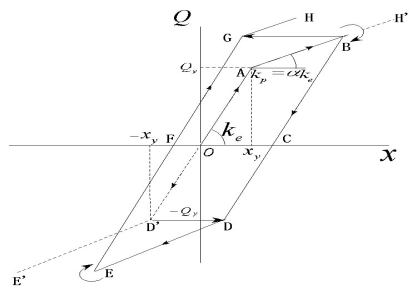


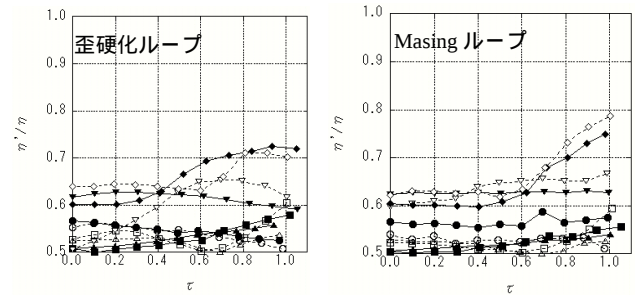
図4 歪硬化ループ

5. 解析結果

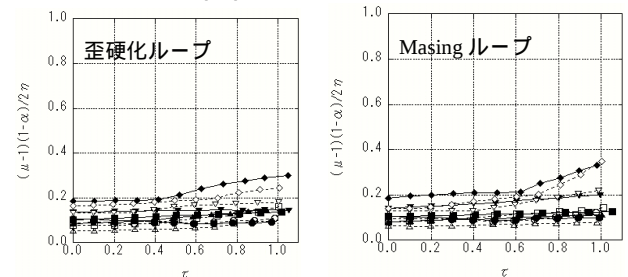
解析条件として,塑性勾配係数 α は, $0 \leq \alpha \leq 0.1$ とする。固有周期は,1~5(sec)で1(sec)刻みの5種類とし,減衰定数は2%とする。また,入力地震動(NS成分)は,エルセントロ,神戸海洋気象台の2種類とし,入力のは大きさは $\theta = 0$ (すなわち, $k_{p\Delta} = 0$)のときの η が10,20になるような2種類とする。数値積分にはNewmark β 法($\beta=0.25$)を用い,微小時間は0.001(sec)とした。安定比 τ は0.0~1.0で0.1刻みの11種類とした。その結果の一部を図6に示す。図6(a),(b)は左側が歪硬化ループ,右側がMasingループの場合で,(c)は,両ループを比較した結果である。

図6(a),(b)では,エネルギーの偏り,塑性率を示している。安定比 τ の増加に伴い,エネルギーの偏りと塑性率は,増加している。周期5(sec)の場合が,塑性勾配係数 α に関係なく,最も大きい値となっている。図6(c)の縦軸は,図6(a)と図6(b)の歪硬化ループをMasingループで除したものである。横軸は,両ループで安定比 τ が異なるために,初期値である安定比 τ_0 を用いた。図

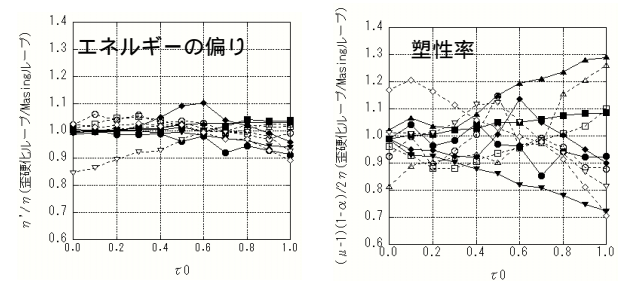
6(c)のエネルギーの偏りでは,周期4(sec),塑性勾配係数 α が0.1の場合に τ_0 が0.6まで大きく増加している。これは,図6(a)の両ループより,周期4(sec), α が0.1の場合に両ループに大きな差があることから生じている。図6(c)の塑性率は, τ_0 の増加に伴い,歪硬化ループに対してMasingループが大きくなる場合は周期1,4,5(sec)であり,小さくなる場合は周期2,3(sec)である。



(a) エネルギーの偏り



(b) 塑性率



(c)履歴ループの比較

1(sec)	2(sec)	3(sec)	4(sec)	5(sec)	
●	■	▲	▼	◆	$\alpha=0.0$
○	□	△	▽	◇	$\alpha=0.1$

図6 エルセントロ, $\eta=10$ の場合

6. まとめ

P- Δ 効果の影響を表わす指標である安定比 τ を導入し,履歴ループ特性として,歪硬化ループとMasingループを導入した。1質点系モデルの弾塑性応答解析を行い,安定比 τ に対する歪エネルギーの1方向への偏りと塑性率の増加現象について比較し,履歴ループについて比較した。

【参考文献】

- 山崎真司, 遠藤和明: 弾塑性地震応答におけるP- Δ 効果と安定比, 日本建築学会論文集, 第527号, pp.71-78, 2000年