

第IV部門

時間枠制約付き配車配送計画問題の厳密解に関する基礎的研究

京都大学工学部 学生員 ○山内 将平
 京都大学大学院工学研究科 フェロー 谷口 栄一
 京都大学大学院工学研究科 正会員 山田 忠史
 京都大学大学院工学研究科 正会員 安東 直紀

1. 研究の背景と目的

本研究では、効率的な物流システムを検討する上で有用となる、時間枠制約付き配車配送計画問題の厳密解を求めるための基礎的研究を行う。

配車配送計画問題の厳密解を求めることは、顧客をサービスする組み合わせが指数関数的に増加するため解くことが非常に困難な NP-hard な問題とされてきた。また、顧客のサービス時間帯が、早着遅刻を禁止する hard time window であるものは、現実には道路の混雑状況等により達成することが困難であるので、本研究では顧客のサービス時間帯の一部が soft time window になっている配車配送計画問題を解くための基礎的な研究を行う。soft time window では、遅刻した場合にペナルティが課せられる。

2. 定式化

soft time windowの配車配送計画問題の定式化¹⁾は以下のようになる。

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{i \in N} p_i(s_{ik}) \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ihk} - \sum_{j \in V} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in N \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in V} x_{ijk} < q \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$p_i(t) = \begin{cases} \infty : t < a_i \text{ のとき} \\ 0 : a_i \leq t \leq b_i \text{ のとき} \\ \alpha_1(t - l_i) : l_i < t \leq ub_i \text{ のとき} \\ \infty : ub_i < t \end{cases} \quad (7)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad \forall k \in K \quad (8)$$

K, N : トラック, 顧客の集合

k : トラック番号

i, j, h : 顧客番号

A : 制約条件を満たす顧客の集合

c_{ij} : 顧客 $i-j$ 間の距離(コスト)

x_{ijk} : トラック k が顧客 $i-j$ をサービスするときは 1, それ以外のときは 0

$0, n+1$: デポ

d_i, q : 顧客 i における需要量, トラックの車両容量

p_i : 遅刻の際に支払うペナルティ

s_{ik} : トラック k が顧客 i をサービスする開始時刻

a_i, ub_i : 顧客 i での最早作業時刻, 最遅作業時刻

b_i : 顧客 i における作業終了時刻

式(2)は、トラックが顧客を一度だけ訪問する条件、式(3)はトラックがデポから出発する条件、式(4)はトラックのフローの連続条件、式(5)はトラックがデポに到着する条件、式(6)は需要に関する条件、式(7)はペナルティに関する条件を表している。

上記の問題はNP-hardなので、式(2)を目的関数に組み込むことにより、Lagrange緩和を行う。Lagrange緩和を行った式¹⁾は以下のようになる。

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk} - \sum_{i \in N} \lambda_i \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} - 1 \right) + \sum_{i \in N} p_i(s_{ik})$$

制約条件は式(3)-式(8)に同じ。

上式を各車両ごとに分割すると定式化は以下のようになる。

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} \tilde{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in N} p_i(s_i) \quad (9)$$

ただし、 $\tilde{c}_{ij} = c_{ij} - \lambda_i$

Subject to

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = 1 \quad (10)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ih} - \sum_{j \in V} x_{hj} = 0 \quad \forall h \in N \quad (11)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1} = 1 \quad (12)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in V} x_{ij} \leq q \quad (13)$$

$$p_i(t) \quad (14)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (15)$$

3. ラベリングアルゴリズム

式(9)～式(15)で表される問題は、Elementary Shortest Path Problem with Time Window and Capacity Constraints(ESPPTWCC)とよばれる。ESPPTWCCとは、顧客はあるトラック k によって、高々1回サービスされるという条件の下で、トラックのshortest pathを求める問題である。この問題は強い意味でNP-hardと言われている。そこで、この問題を緩和したShortest Path Problem with Time Window and Capacity Constraints(SPPTWCC)を代わりに解くことを考える。SPPTWCCとは、同一のトラックが同じ顧客を複数回訪問することを許す条件の下で、shortest pathを求める問題である。本研究では、SPPTWCCをラベリングアルゴリズム¹⁾を用いて解く。

4. ケーススタディ

表 1, 2 に、本研究において行う顧客に関するデータについて示す。車両容量は18とする。

表1 リンクコスト

顧客i	顧客j	リンクコスト	reduced cost
0	1	3	3
0	2	3	3
0	3	5	5
0	4	4	4
1	0	3	-3
1	2	4	-2
1	3	8	2
1	4	6	0
2	0	3	-3
2	1	4	-2
2	3	6	0
2	4	7	1
3	0	5	-5
3	1	8	-2
3	2	6	-4
3	4	7	-3
4	0	4	-4
4	1	6	-2
4	2	7	-1
4	3	7	-1

表2 タイムウィンドウ

顧客i	ai	bi	ubi	di
0	0	50	***	0
1	10	15	20	4
2	7	10	15	7
3	3	6	11	1
4	15	20	25	6

ラベリングアルゴリズムを用いると、デポ→2→1→4→デポ (ルート 1), またはデポ→3→2→1→4→デポ (ルート 2) の2通りの shortest path が求められる。ルート 1 は、顧客 3 を通っていないので、顧客 3 ではピストン輸送されていると考え、トラック台数は2台、reduced cost は-3、総コストは27であることが分かる。また、ルート 2 はトラック台数が1台、reduced cost は-3、総コストは27であることが分かる。ただし、ルート 2 では、顧客 2, 4 で遅刻が発生している、遅刻に対するペナルティが大きい場合には、ルート 2 は不利になることが分かる。一方ルート 1 は、トラックを2台使用しているが、顧客上での遅刻は発生していない。ただし、トラックの固定コストが大きい場合には、逆にルート 1 が不利になることが考えられる。

4. まとめと今後の課題

本研究では、soft time window の配車配送計画問題について定式化をし、Lagrange 緩和を行った。そして、soft time window の SPPTWCC をラベリングアルゴリズムを用いて shortest path を求めた。

今後の課題は、shortest path を Lagrange 緩和を行った式に代入することを考える。Lagrange 緩和によって、問題に対する下界値が求められるので、その下界値を最大化するために、Lagrange 乗数を調整することによって下界値を最大化する。下界値を最大化するために劣勾配法を適用し、計算短縮のための前処理を行う。厳密解を求めるために分枝切除などのアルゴリズムを組み込む予定である。

また、トラックを管理するには維持費がかかるので、トラックの固定コストについて考慮する必要がある。さらに、顧客数が増えた場合にも多項式時間で解くことができるように、改良を加えていく必要がある。

参考文献

- 1) Kallehauge.B, Larsen.J, O.B.G.Madsen.. Lagrangean duality applied to the vehicle routing with time windows, Computers&Operations Research, 2006