第II部門　一般座標系を用いた三次元パイプ-マトリクス流連成モデルの開発

京都大学大学院　学生員　○　藤田大介　　京都大学大学院　学生員　安　賢旭
京都大学大学院　正員　市川　温　　京都大学大学院　正員　堀　智晴
京都大学大学院　正員　椎葉充晴

1　はじめに　山腹斜面土層中には、パイプと呼ばれる比較的大口径で連続した空隙が存在する。近年の研究によって、山腹斜面からの雨水流出現象に対してこのパイプの存在が非常に重要な役割を果たすことが明らかになってきた。本研究では、一般座標系を導入した3次元空間での飽和不飽和流モデルを用いて土壌部(マトリクス部)の流れを計算し、パイプ部の流れを計算するスロットモデルと結合することで、山腹斜面土層内の流れを詳細に解析しうるモデルを開発する。そして、作成した連成モデルを用いてシミュレーションを行い、得られた結果と既存の実験データとを比較する。

2　計算モデルの構成　パイプ部とマトリクス部とのモデル連成の考え方は以下の通りである。まず、両者の流れを個別の系とみなし、パイプ部はスロットモデル、マトリクス部は飽和不飽和流モデルを用いて計算する。そして、以下の条件に基づいて両者を互いに関連させ合いながら、計算を進めていく。

(1) パイプ部の水理水頭を境界条件として、飽和不飽和流モデルでマトリクス部の流れを計算する。
(2) (1)での計算結果から、パイプ部とマトリクス部間の流出入量を計算する。
(3) (2)で求めた流出入量を側方境界条件としてスロットモデルでパイプ部の流れを計算する。
(4) 計算時間を更新し、(3)で求めたパイプ部の水理水頭を境界条件として、再び(1)の計算を行う。

3　飽和不飽和流モデル　物理空間(x, y, z)での飽和不飽和流れを記述するRichards式は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial y}+\frac{\partial G}{\partial z}=0 \tag{1}$$

$$E=-K\frac{\partial\psi}{\partial x},\quad F=-K\frac{\partial\psi}{\partial y},\quad G=-K\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}+1\right) \tag{2}$$

ただし、θ：体積含水率、ψ：圧力水頭、K：透水係数である。

本研究では複雑な斜面形状に適合した座標系を導入し、これを計算空間における直交座標に座標変換した一般座標系を用いることにした。これによって、斜面における地形特性や境界条件の取り扱いがより容易となる。(1)式について物理空間(x, y, z)から計算空間(ξ,η,ζ)への座標変換を施すと、次式のように書き換えられる。

$$\frac{\partial\widehat{Q}}{\partial t}+\frac{\partial\widehat{E}}{\partial\xi}+\frac{\partial\widehat{F}}{\partial\eta}+\frac{\partial\widehat{G}}{\partial\zeta}=0 \tag{3}$$

ただし、

$$\widehat{E}=-\frac{K}{J}\left(\xi_x\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\xi_y\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\xi_z\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}+1\right)\right) \tag{4}$$

$$\widehat{F}=-\frac{K}{J}\left(\eta_x\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\eta_y\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\eta_z\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}+1\right)\right) \tag{5}$$

$$\widehat{G}=-\frac{K}{J}\left(\zeta_x\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\zeta_y\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\zeta_z\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}+1\right)\right) \tag{6}$$

$$\widehat{Q}=\frac{\theta}{J} \tag{7}$$

$$\xi_m=\frac{\partial\xi}{\partial m},\quad \eta_m=\frac{\partial\eta}{\partial m},\quad \zeta_m=\frac{\partial\zeta}{\partial m}\quad (m=x,y,z) \tag{8}$$

$$\frac{1}{J}=x_\xi y_\eta z_\zeta+x_\eta y_\zeta z_\xi+x_\zeta y_\xi z_\eta - x_\xi y_\zeta z_\eta-x_\eta y_\xi z_\zeta-x_\zeta y_\eta z_\xi \tag{9}$$

(3)式を差分化し、飽和不飽和流の計算を行う。

4　スロットモデル　本研究では、パイプ部流れのモデルとしてスロットモデル[1]を用いた。スロットモデルは、見かけ上のスロットを管の上部に付け加えることにより、水が満管の時でも開水路として扱うことができるモデルである(図1参照)。

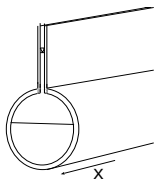
スロットモデルの基礎式は、次のような一般的な開水路の運動方程式及び連続式である。

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)+gA\cos\theta\frac{\partial h}{\partial x} - gAS_0+gAS_f-\frac{1}{2}\frac{Q}{A}q=0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}-q=0 \tag{11}$$

ただし、g：重力加速度、Q：流量、A：通水断面積、

Daisuke FUJITA, Hyunuk AN, Yutaka ICHIKAWA, Tomoharu HORI and Michiharu SHIIBA



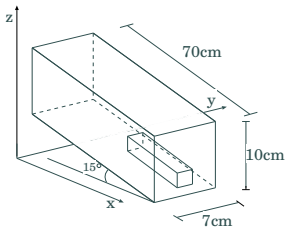


図 1:スロットモデル (左図)
図 2:パイプ-マトリクス流連成モデルの概略図 (右図)

$S_0(=\sin\theta)$：水路勾配、S_f：摩擦勾配、q：横流入量である。

(10)、(11) を差分化することにより、パイプ部の流れを計算する。

5　モデルの適用と考察　本研究では、内田ら [2] による、直方体水路での人工パイプを用いた実験データを利用してモデルの動作を確認した。実験条件は以下の通りである。

実験条件:長さ 70cm、幅 7.3cm、勾配 15 度の水路に、10cm の深さで標準砂を充填した。パイプはアクリルパイプ (外径 10mm、内径 8mm、長さ 30cm) の側面に穴 (直径 2mm) を 2cm 間隔で 4 方向に開けたものに、さらしをまいたものを利用した。斜面上流端に接しているタンクに定量 (0.5g/sec) の水をポンプで加え、下流端では一定の水深 (3cm) を保つようにした。流量及び水面形が定常になるまで給水した。斜面底面からパイプの中心までの高さは 1cm になるようにした。

本研究では上記の実験条件を再現するため、x 方向に 70cm、y 方向に 7cm、z 方向に 10cm で、水平面と 15 度の角度をなす対象領域に座標変換を施し、シミュレーションを行った (図 2 参照)。シミュレーションはパイプを除いた飽和不飽和流モデルの場合と、パイプ部を含めた連成モデルの場合の二通りを行った。以上の条件で 3 時間分のシミュレーションを行った。

図 3 は、パイプなしの場合の実験結果の水面形 (上段)、三次元飽和不飽和流モデルの y 方向中央面における水面形 (下段) をそれぞれ示したものである。それぞれの水面形はほぼ一致し、下流端に水が溜っている状態から時間の経過とともに水面形が上昇している様子が確認できる。また、図 4 は、パイプがある場合の実験結果の水面形 (上段)、三次元でのパイプ-マトリクスモデルの y 方向中央面における水面形 (下段) を示したものである。実験結果では下流部の水面が時間とともに上昇しているのに対し、三次元モデルでは時間の経過による下流部の水面の変化はほとんど見られない。一方、上流部についてはほぼ水面形は一致している。

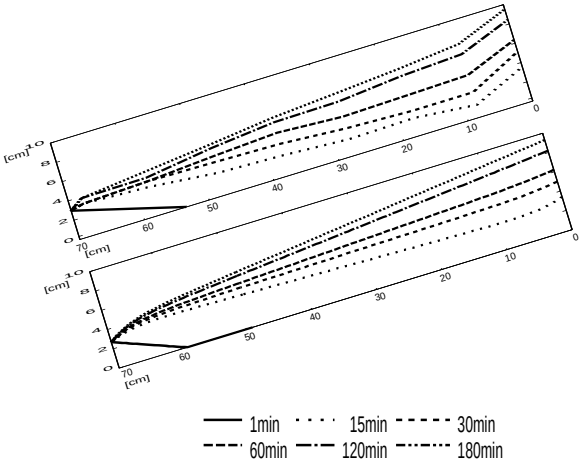


図 3:パイプなしの場合の実験結果 (上段) と計算結果 (下段) の比較

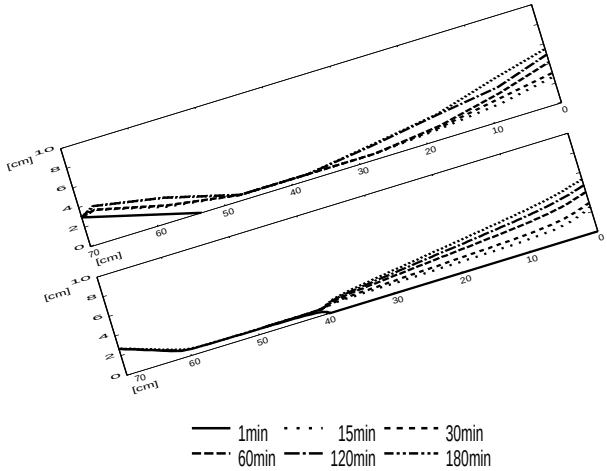


図 4:パイプありの場合の実験結果 (上段) と計算結果 (下段) の比較

6　まとめ　本研究ではマトリクス部の流れを計算する飽和不飽和流モデルとパイプ部の流れを計算するスロットモデルとを結合することで、山腹斜面土層内の流れを詳細に解析できるモデルを構築した。作成した連成モデルと既存の実験データとの比較を行ったところ、両者の水面形はおおよそ一致していた。

参考文献

[1] 渡部 政広・江頭 剛治・室田 明：取付管の調節効果を考慮した下水管網内の遷移流計算法, 土木学会論文集, 第 411 号/II-12, pp.81-90, 1989.

[2] 内田 太郎・小杉 賢一朗・大手 信人・水山 高久：斜面土層内のパイプが地下水面形に及ぼす影響に関する実験的研究, 日本林学会論文集,Vol.106 , pp.505-508, 1995.