

第 I 部門

曲げを受ける CFRP 板接着鋼部材の力学特性

大阪大学工学部 学生員 ○西田 貴裕

大阪大学大学院 正会員

石川 敏之

大阪大学大学院 正会員

大倉 一郎

1. はじめに

近年、疲労や腐食による損傷が多く、既設橋に発生している。損傷した鋼部材の補修に対して、軽量で現場施工性の良い炭素繊維強化樹脂板(以下、CFRP 板と呼ぶ)の適用が有効であると考えられる。しかし、剛性の大きな CFRP 板を接着すると、CFRP 板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力が高くなるので、CFRP 板が鋼部材からはく離することが懸念される。そこで、本研究では、CFRP 板が接着された曲げを受ける鋼部材の力学特性を解明する。

2. 微分方程式の誘導

図-1 に示す、CFRP 板と鋼部材との間の接着剤の変形を参照して、接着剤に生じるせん断応力 τ と垂直応力 σ_y をそれぞれ次式で仮定する。

$$\tau = G_a \frac{u_c - u_s}{t_a} \quad (1) \quad \sigma_y = E_a \frac{v_c - v_s}{t_a} \quad (2)$$

ここに、 G_a と E_a : それぞれ、接着剤のせん断弾性係数とヤング係数、 u_c と u_s : それぞれ、CFRP 板と鋼部材の水平方向変位、 v_c と v_s : それぞれ、CFRP 板と鋼部材の鉛直方向変位、 t_a : 接着剤の厚さ。図-2 に示す微小区間 dx の力およびモーメントのつりあい、ならびに式(1)と(2)より、CFRP 板の軸力 N_c とせん断力 V_c に関して、次の微分方程式をそれぞれ得る^{1),2)}。

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} - c^2 N_c = -HM + \frac{b_a G_a}{t_a} \Delta \quad (3) \quad \frac{d^4 V_c}{dx^4} + 4\beta^4 V_c = J \frac{dN_c}{dx} + \frac{b_a E_a}{t_a} \frac{Q}{E_s A_s r_s^2} \quad (4)$$

$$\text{ここに、} c = \sqrt{\frac{G_a}{t_a} \frac{b_a}{E_s A_s} \left\{ Z_2 + \left(\frac{r_s}{a} \right)^2 \frac{1}{Z_1} \right\}}, \quad H = \frac{G_a}{t_a} \frac{b_a}{E_s A_s r_s^2} \frac{a}{Z_1}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{1}{4} \frac{E_a}{t_a} \frac{b_a}{E_c A_c r_c^2} Z_1},$$

$$J = \frac{E_a}{t_a} \frac{b_a d_s}{E_c A_c r_c^2} \left\{ \frac{d_c}{d_s} - (Z_1 - 1) \right\}, \quad Z_1 = 1 + \frac{E_c A_c r_c^2}{E_s A_s r_s^2}, \quad Z_2 = 1 + \frac{E_s A_s}{E_c A_c}, \quad r_s = \sqrt{\frac{I_s}{A_s}} \text{ と } r_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} :$$

それぞれ、鋼部材と CFRP 板の断面 2 次半径、 b_a : 接着剤の幅、 M : CFRP 板接着鋼部材全体に作用する曲げモーメント、 Q : CFRP 板接着鋼部材全体に作用するせん断力、 Δ : CFRP 板と鋼部材の温度変化によるひずみ差。他の記号については図-3 参照。

3. 微分方程式の解

$M = M_0$ (一定) の場合、式(3)より CFRP 板の軸力 N_c が次式で与えられる。

$$N_c = M_0 \frac{K_1}{a} \{ 1 - \cosh(cx) + \tanh(cl) \sinh(cx) \} \quad (5)$$

ここに、 $K_1 = aH/c^2 = 1/\left\{ (r_s/a)^2 Z_1 Z_2 + 1 \right\}$ 。

式(4)より CFRP 板のせん断力 V_c が次式で与えられる。

$$\frac{V_c}{\sigma_{sn}} = K_1 K_2 A_s \frac{r_s}{a} \frac{r_s}{d_s} \left[e^{-\beta x} \tanh(cl) \{ -\cos(\beta x) + \sin(\beta x) \} - \sinh(cx) + \tanh(cl) \cosh(cx) \right] + e^{-\beta x} f_1 \sin(\beta x) \quad (6)$$

ここに、 $K_2 = \frac{J}{c^3 \left\{ 1 + 4 \left(\frac{\beta}{c} \right)^4 \right\}}$, $f_1 = \frac{1}{2\beta^3} \left(\frac{b_a E_a}{t_a} \frac{1}{E_s d_s} + c^3 K_1 K_2 A_s \frac{r_s}{a} \frac{r_s}{d_s} \right)$, σ_{sn} : CFRP 板が接着されていない位置の鋼部材下面の応力。

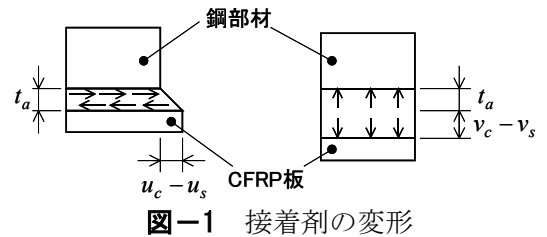


図-1 接着剤の変形

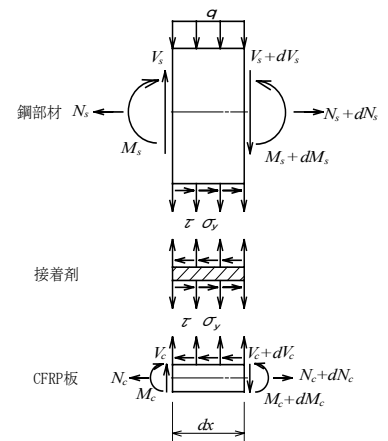
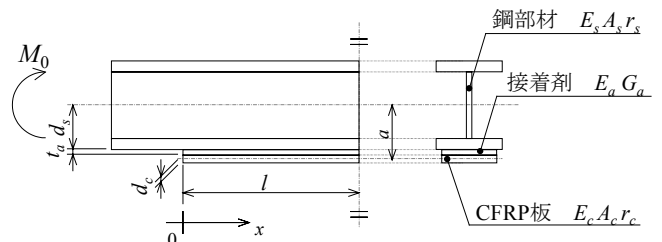
図-2 微小区間 dx の力およびモーメントのつりあい

図-3 曲げを受ける CFRP 板接着鋼部材

4. 鋼部材下面の応力

鋼部材下面の応力は次式で与えられる.

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} + \frac{M_s}{A_s r_s^2} d_s \quad (7)$$

ここに, N_s と M_s : それぞれ, 鋼部材の軸力と曲げモーメント.

N_s および M_s はそれぞれ次式で与えられる.

$$N_s = -N_c \quad (8)$$

$$M_s = \frac{E_c I_c}{Z_1} \left(\frac{t_a}{b_a E_a} \frac{d^3 V_c}{dx^3} - \frac{M_0 - N_c a}{E_c I_c} \right) \quad (9)$$

式(7)に式(8)と(9)を代入して, CFRP 板中央の鋼部材下面の応力低下率 σ_s/σ_{sn} が次式で与えられる.

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_{sn}} = \frac{1}{Z_1} - f_2 \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(cl)} \right\} + f_3 \left[-\frac{1}{\cosh(cl)} + e^{-\beta l} \left\{ 4 \left(\frac{\beta}{c} \right)^3 \tanh(cl) \sin(\beta l) + \cos(\beta l) + \sin(\beta l) \right\} \right] + e^{-\beta l} \{ \cos(\beta l) + \sin(\beta l) \} \frac{1 - Z_1}{Z_1} \quad (10)$$

$$\text{ここに, } f_2 = \left(\frac{r_s}{a} \frac{r_s}{d_s} + \frac{1}{Z_1} \right) K_1, \quad f_3 = \frac{E_c A_c r_c^2}{Z_1} \frac{t_a}{b_a E_a} c H K_2.$$

式(10)から算出される CFRP 板中央の σ_s/σ_{sn} と cl の関係を図-4 に示す. この図から分かるように, CFRP 板中央の σ_s/σ_{sn} は cl が大きくなるに従って, $\xi_0 (=1/Z_1 - f_1)$ まで低下する. ξ_0 は, 鋼部材と CFRP 板が完全合成の場合の σ_s/σ_{sn} の値である.

5 端部せん断応力と端部垂直応力

接着剤に生じるせん断応力 τ と垂直応力 σ_y はそれぞれ次式で与えられる.

$$\tau = \frac{1}{b_a} \frac{dN_c}{dx} \quad (11)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{b_a} \frac{dV_c}{dx} \quad (12)$$

CFRP 板付着端の接着剤に生じるせん断応力 τ_e と垂直応力 σ_{ye} は式(11)に式(5)を, 式(12)に式(6)を代入してそれぞれ次式で与えられる.

$$\tau_e = c K_1 \frac{A_s}{b_a} \frac{r_s}{a} \frac{r_s}{d_s} \tanh(cl) \sigma_{sn} \quad (13) \quad \sigma_{ye} = \beta \frac{A_s}{b_a} \frac{r_s}{d_s} \frac{r_s}{a} \left[K_1 K_2 \left[-\frac{c}{\beta} + 2 \tanh(cl) + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{\beta} \right)^3 \right] + 2ca \frac{\beta}{c} \frac{Z_1 - 1}{Z_1} \right] \sigma_{sn} \quad (14)$$

cl が大きくなると $\tanh(cl) \approx 1$ となるため, τ_e と σ_{ye} はそれぞれ次式となる.

$$\tau_e = c K_1 \frac{A_s}{b_a} \frac{r_s}{a} \frac{r_s}{d_s} \sigma_{sn} \quad (15) \quad \sigma_{ye} = \beta \frac{A_s}{b_a} \frac{r_s}{d_s} \frac{r_s}{a} \left[K_1 K_2 \left[2 - \frac{c}{\beta} + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{\beta} \right)^3 \right] + 2ca \frac{\beta}{c} \frac{Z_1 - 1}{Z_1} \right] \sigma_{sn} \quad (16)$$

式(15)および式(16)から算出される $\tau_e/(\sigma_{sn} c A_s/b_a)$ および $\sigma_{ye}/(\sigma_{sn} c A_s/b_a)$ と $E_c A_c/(E_s A_s)$ の関係を図-5 に示す.

この図から分かるように, τ_e と σ_{ye} は同程度の値を示している. したがって, τ_e と σ_{ye} はともに CFRP 板端部のはく離挙動に影響を与えられられる.

参考文献

- 1) S.T. Smith and J.G. Teng : Interfacial stresses in plated beams, Engineering Structures, Vol.23, pp.857-871, 2001.
- 2) Jun Deng, Marcus M.K. Lee and Stuart S.J. Moy : Stress analysis of steel beams reinforced with a bonded CFRP plate, Composite Structures, Vol.65, pp.205-215, 2004.

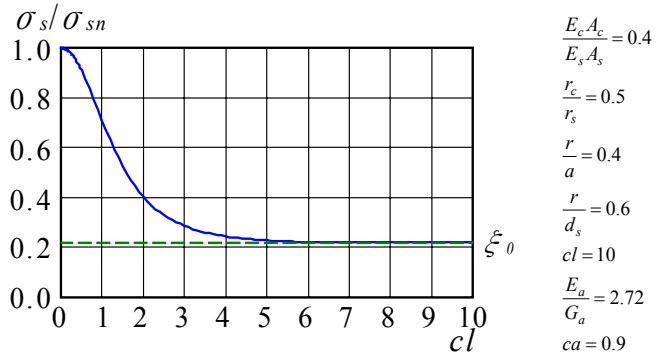


図-4 CFRP 板中央の σ_s/σ_{sn} と cl の関係

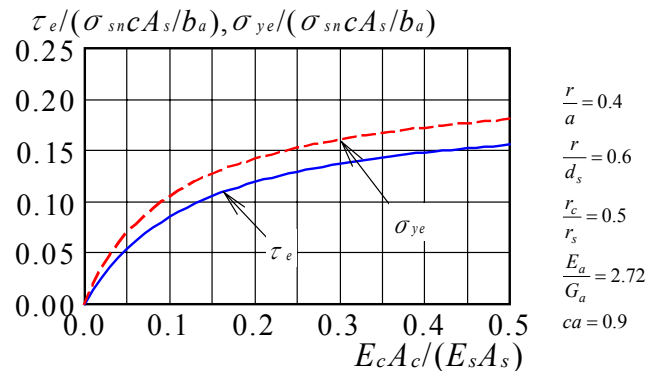


図-5 $\tau_e/(\sigma_{sn} c A_s/b_a)$ および $\sigma_{ye}/(\sigma_{sn} c A_s/b_a)$ と $E_c A_c/(E_s A_s)$ の関係