第Ｉ部門　　　拡張有限要素法(X-FEM)を用いたき裂進展シミュレーション

京都大学工学部　学生会員　○柴沼　一樹
京都大学大学院　正会員　　宇都宮　智昭

1. はじめに

現在破壊力学分野において一般的に多く用いられている数値解析手法として有限要素法(FEM)がある。しかし、破壊力学におけるき裂の特殊性を考慮した上でのモデル化は複雑な処理となる。さらにき裂の進展過程を考慮すると､き裂進展による特異場の変化により必要となる要素のリメッシュ処理と FEM 解析とを交互に行う必要があり､非常に効率の悪い計算処理となる。このような要素のリメッシュ処理を避けるために提案されたのが拡張有限要素法(X-FEM : eXtended Finite Element Method)である。本研究は既存の FEM プログラムをモデルに含まれるき裂の存在を考慮した X-FEM プログラムに拡張し、き裂を含む二次元弾性問題の変位場の解析結果より線形破壊力学パラメータ K を評価し、それに基づいたき裂進展シミュレーションを行った。

2. 拡張有限要素法(X-FEM)

X-FEM は、き裂などによる変位の不連続面や特異場を、要素節点に新たな自由度とそれに対応した内挿関数を付加することにより表現する手法である。具体的には要素内の変位場を次の近似式で表す。

$$\mathbf{u}^e = \sum_{i=1}^{m} \phi_i(\mathbf{x})\mathbf{u}_i + \sum_{i\in C} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^{4} \gamma_k(\mathbf{x})\mathbf{c}_i^k + \sum_{i\in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x})\mathbf{b}_i$$

ここで ϕ_i は通常の要素の定式化で用いられる内挿関数、m は要素を構成する節点数である。C はき裂先端近傍の変位の特異性を考慮する節点の集合､J は C 以外でき裂の不連続面を考慮する節点の集合であり､それぞれの節点属性を C 属性､J 属性と呼ぶこととする。$\mathbf{u}_i$, $\mathbf{c}_i$, $\mathbf{b}_i$ はそれぞれ節点に割り付けられる節点自由度である。$\gamma_k(\mathbf{x})$ (k=1, …,4)はき裂先端近傍における特異場を表す関数、$H(\mathbf{x})$はき裂近傍の変位の不連続性を表す関数である。応力拡大係数の評価法としては混合モードにおいて J 積分を用いる手法である M 積分法を用いる。き裂の進展方向は微小き裂進展前予測理論の 1 つである最大周方向応力説に従うものとする。

3. 応力拡大係数 K の評価精度

ここでは複雑な解析モデルを対象とするのではなく、あらかじめ理論解を求めることが可能な単純なモデルとして、
モデル１：内部直線き裂を有する帯板の引張試験　　モデル２：縁き裂を有する帯板の引張試験
モデル３：縁き裂を有する帯板のせん断試験　　　　モデル４：内部円弧き裂を有する帯板の引張試験
についての検証解析を行う。図 - 1 に応力場計算結果の一例を示す。解析精度に影響を及ぼす因子としていくつかの指標が考えられるが､剛性マトリクス計算時の積分点数、節点属性の配置及び J 積分経路について条件を変えて検証を行った。その検証結果を図 - 2 に示す。

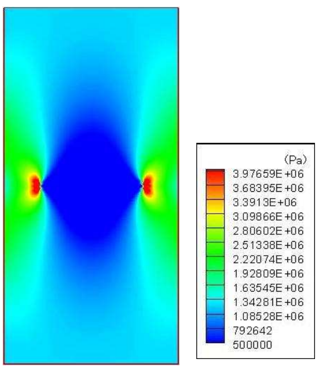


図 - 1.応力場計算結果の一例

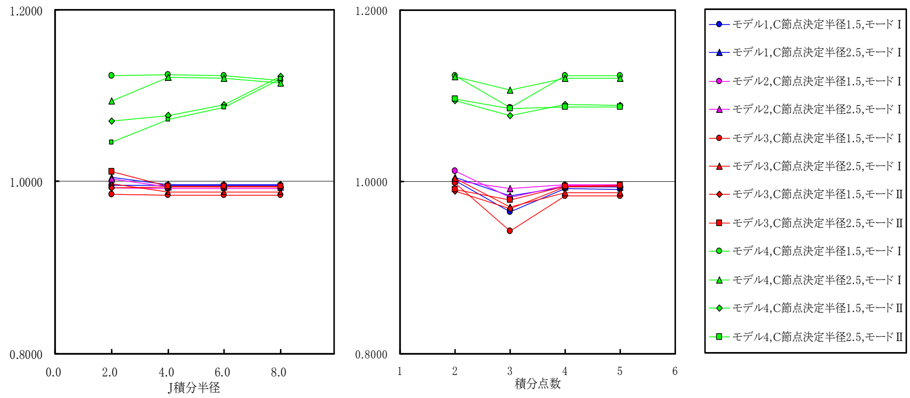


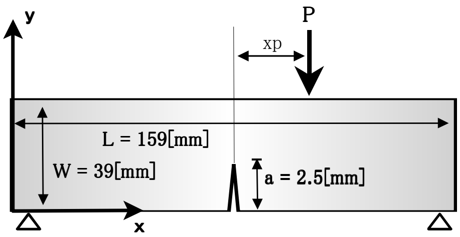
図 - 2. 正規化された K 値の J 積分経路及び積分次数による比較

Kazuki SHIBANUMA and Tomoaki UTSUNOMIYA

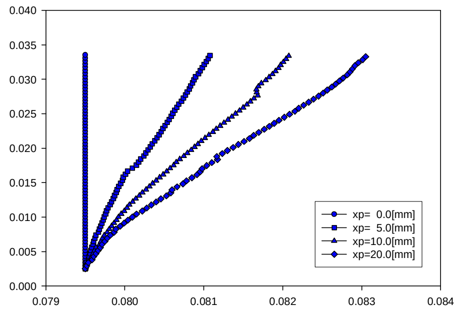
単独破壊モード試験であったモデル１，２及び、直線き裂に対する混合モード試験であったモデル３においては、非常に良い精度を得ることができた。さらに結果を詳細に見ると、これらの解析結果について、*C* 属性節点の決定領域が大きいほどより良い精度を得ることが確認できた。*J* 積分経路を *C* 属性節点の決定領域を含むように決めた時、解析値はほぼ一定値に収束するが、*C* 属性節点の決定領域が *J* 積分経路を含む時、それらとは傾向が異なり、解析値はより大きな値をとる結果となった。剛性マトリクス計算時の積分点次数による比較では、積分点次数 4 以上で解が収束する事が確認できた。一方、曲線き裂に対する混合モード試験であったモデル４については他のモデルと比較すると誤差が 10%程度とやや精度が落ちる結果となった。その最も大きな理由として、*C* 属性節点に対応する付加された内挿関数がき裂先端に十分近い範囲での理論解の特異性を考慮している、つまりき裂が直線であると仮定した関数であることが考えられる。

4. き裂進展シミュレーション

応力拡大係数 *K* と、最大周方向応力説により進展方向を定め、き裂進展シミュレーションを行った。図－3 に本試験の試験片形状を示す。試験は静的荷重 *P*=5.0[mm]を試験片上部より与え、荷載位置 *xp* を変えて解析を行うことによりき裂の進展経路にどのような影響を与えるかを検証する。き裂進展は解析の繰り返し計算により行われるが、その進展距離は δa =0.443[mm]をステップ幅と決める。なお、*J* 積分経路の半径を 6.0[mm]、*C* 節点決定範囲を半径 1.5[mm]、剛性マトリクス計算時の積分点次数は 4 とした。*x* 軸を 10 倍に拡大した時のき裂先端の推移を図－4 に示す。荷載位置が *xp*=0.0[mm]のき裂の直下である時、モードⅠ単独の破壊が起こり、き裂が直進して行く様子が確認できた。しかし荷重の *xp* を大きくしていくと、順調に進展を進めていた解析についても途中で明らかに不自然な方向へと進展方向を変えてしまう場合があった。これは前節と同様に曲線き裂に対する *C* 属性節点に付加された内挿関数の問題やき裂先端を含む要素内に複数の crack 点が含まれている場合に進展によりき裂先端が隣の要素へ移る際のき裂先端方向の急激な変化等が原因として考えられる。しかし、そのような瞬間的に起こるわずかなステップを除けば試験片により大きな偏心荷重を加えると、き裂の進行方向が中心点より離れる方向へ向かうという予想通りの結果を得ることができた。



図－3.き裂進展モデル



図－4.き裂進展経路

5. 結論及び今後の課題

曲線き裂における応力拡大係数の評価精度と、き裂進展経路決定については今後に課題を残すこととなったものの、直線き裂に対する応力拡大係数の評価は、単一破壊モード及び混合破壊モード両方のモデルで高精度な解析を行うことができることが確認できた。本研究は二次元の静弾性問題を対象に解析を行ったが、ここで用いた手法から今後、動的な問題や三次元問題への拡張といった、より実問題に近い分野への応用を考えることができる。今回の解析手法における 1 つの欠点は、き裂先端近傍における節点の内挿関数が試験片における曲がったき裂に対する変位場の特異性を十分に表現しきれていない事にある。これを解決するにはいくつかの点を線分で結んだものとしてのき裂を、写像を用いてき裂を表す変数を、1 本の直線で表せるよう変換することが必要と思われる。

(参考文献)

1) Belytschko T, Black T. : Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. International Journal for Numerical Methods in Engineering 45，1999，pp602-620.

2) Moes N, Dolbow J, Belytschko T. : A finite element method for crack growth without remeshing. International Journal for Numerical Methods in Engineering 46，1999，pp131-150.

3) Reddy J N. : An Introduction to the Finite Element Method Second Edition , 1993 , pp3-141,199-208,246-480,533-575,640-678.