

京都大学工学部	学生員	○大西則仁
京都大学工学研究科	正会員	小野 祐輔
京都大学工学研究科	正会員	Charles Scawthorn

1. はじめに

1978年宮城県沖地震において、ライフラインの被害による都市機能の停止が大きな問題として取り上げられるようになって以降、ライフラインの信頼性に関する研究が盛んに行われるようになった。本研究では、Li and He¹⁾によって提案された再帰的分解法を用いて、ネットワークの信頼性解析を行うプログラムを作成した。その後、再帰的分解法を用いて Hoshiya and Yamamoto²⁾ の冗長性指数を効率的に計算する手法を開発した。また、ネットワークの信頼性と冗長性指数の関係について考察を行い、冗長性指数の抱える問題点を明らかにした。

2. 再帰的分解法によるネットワーク信頼性解析

本研究では、ネットワークの信頼性として、供給点と需要点の連結性に着目する。連結性とは、当該ネットワークにおいて、供給点から需要点に至る経路が存在することをいう。ネットワークを構成する要素の非破壊確率が与えられた場合、供給点から需要点に至る経路の存在確率を、そのネットワークの信頼性と呼ぶ。

ここでは Li and He によって提案された再帰的分解法によるネットワークの信頼性解析法について説明する。ネットワーク全体を記号 G を用いて表すこととし、 $\Phi(G)$ を次のように定義する。

$$\Phi(G) = \begin{cases} 1 & (\text{ネットワークが機能している}) \\ 0 & (\text{ネットワークが機能していない}) \end{cases} \quad (1)$$

$\Phi(G) = 1$ の場合、次のように表すことができる。

$$\Phi(G) = \{ \text{始点・終点間に経路が存在する (ネットワークが機能している)} \} = \bigcup_{k=0}^K \mathbf{S}_k \quad (2)$$

ここで $\mathbf{S}_k$ とはネットワークの供給点から需要点に至る1つの最短経路を表し、 $K+1$ 個存在しているとする。任意の1つの最短経路を集合 $\mathbf{S}_0 = \{s_1 s_2 \cdots s_{n_0}\}$ を用いて表すことにする。 $s_i, (i = 1, 2, \dots, n_0)$ は最短経路 $\mathbf{S}_0$ 上の各要素を表している。さらに、ド・モルガンの法則と吸収律を用いると $\Phi(G)$ は次のように展開することができる

$$\Phi(G) = \mathbf{S}_0 + \{\bar{s}_1\}\Phi(G_1) + \{s_1 \bar{s}_2\}\Phi(G_2) + \cdots + \{s_1 s_2 \cdots \bar{s}_i\}\Phi(G_i) + \cdots + \{s_1 s_2 \cdots s_i \cdots \bar{s}_{n_0}\}\Phi(G_{n_0}) \quad (3)$$

ここで、 G_i は元のネットワーク上から要素 s_i を取り除いて作られるサブネットワークを表す。よって、ネットワークの信頼性 $R(G)$ は、次のように求める。

$$R(G) = p_r \{ \Phi(G) \} \quad (4)$$

3. ネットワークの冗長性

ネットワークは多くの要素から構成されており、構成要素の一部が破壊されたとしても、その機能を維持することが求められる。すなわち、ネットワークの一部に破壊が生じてから全体が停止に至るまでの余裕が大きいほど、良いネットワークであると評価できる。概念的には、この余裕が冗長性であり、その程度を定量的に表す指標が冗長性指数 (Redundancy Index) である。Hoshiya and Yamamoto が提案した冗長性指数 R_E は次式によって計算される。

$$R_E = \frac{H_{D|D}}{\log_2(m)} = \frac{\{-\sum_{i=1}^{m-1} P_{D_i|D} \log_2 P_{D_i|D} - P_{D_F|D} \log_2 P_{D_F|D}\}}{\log_2(m)} \quad (5)$$

ここで、 $H_{D|D}$ はシステムに何らかの被害が発生する事象 D の条件下で、少なくとも1個以上の要素が破壊する事象の部分集合の条件付きエントロピーである。また $P_{D_i|D}$ および $P_{D_F|D}$ はそれぞれシステムに何らかの損傷が発生する条件での事象 D_i と D_F の条件付き確率であり、事象 D の生起確率を P_D とした場合、次式で表される

$$P_{D_i|D} = \frac{P(D_i)}{P_D} \quad P_{D_F|D} = \frac{P(D_F)}{P_D} \quad (6)$$

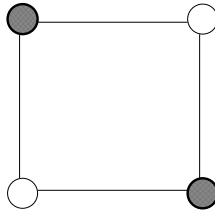


図 1: sample 1

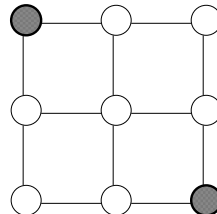


図 2: sample 2

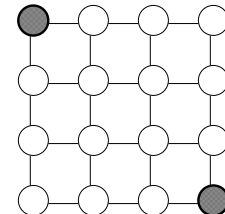


図 3: sample 3

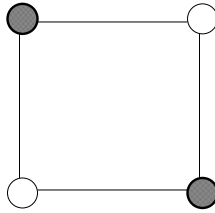


図 4: sample 4

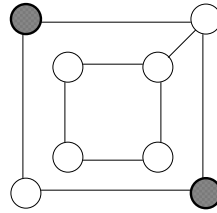


図 5: sample 5

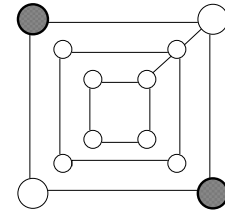


図 6: sample 6

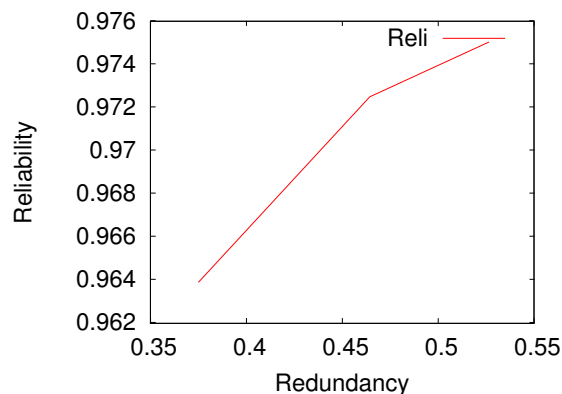


図 7: sample 1-3

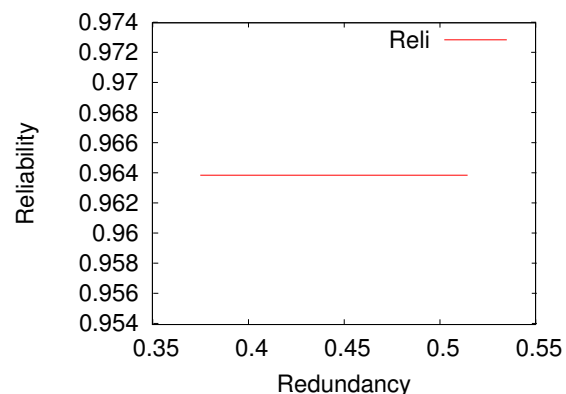


図 8: sample 4-6

再帰的分解法の計算過程で、サブネットワーク G_i で経路が発見される度に、そのサブネットワークで破壊と設定されている要素の集合、経路を構成している要素の集合、残りの要素の集合 C の3つの集合に分ける。集合 C 内の要素の破壊、非破壊に関係なしにサブネットワーク G_i では経路が存在するので、集合 C の要素が n 個の場合ネットワーク G_i 上には 2^n 通りの経路が存在することとなる。この 2^n 通りの経路の中で、破壊している要素の合計が j 個である事象を D_j として、その確率 P_{D_j} を求める。 $P_{D_F} = 1 - \sum_{j=1} P_{D_j}$ を計算し、式 (5),(6) を用いて冗長性指数 R_E を計算する。

4. ネットワークの信頼性と冗長性の関係

図 1,2,3 に示したネットワークを用いて、信頼性と冗長性指数 R_E の関係を調べた。この時、信頼性の向上と冗長性指数の間には図 7 に示すように、 R_E の増加に伴って信頼性も増大するという関係が得られた。

次に、図 4 から図 5,6 へとネットワークが変化していく場合の信頼性と冗長性指数 R_E の変化を調べた。この時、図 8 に示すように、 R_E が増加しているにもかかわらず、信頼性は変位していない。これより、冗長性指数 R_E の増加が、必ずしもシステム全体の機能の向上を意味していないことがわかる。

5. まとめ

本研究の成果をまとめると、次のようになる。

1. 再帰的分解法を用いて、ネットワークの信頼性解析を行うプログラムを作成した。
2. ネットワークの冗長性解析を行う方法として、再帰的分解法を用いるプログラムを開発した。
3. 冗長性指数の増大が、必ずしもシステム機能全体の向上を意味しないことがわかった。

参考文献

- 1)Jie Li and Jun He :A Recursive Decomposition Algorithm for Network Reliability Evaluation , Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.31, pp.1525-1539,2002.
- 2)Masaru Hoshiya,and Kinya Yamamoto :Redundancy Index of Lifeline System, Journal of Engineering Mechanics, pp.961-968, 2002