

1. はじめに

格子 Boltzmann 法 (LBM, Lattice Boltzmann Method) は、1990 年代から盛んに利用されるようになった流体解析法であり、Navier-Stokes 式を利用する非圧縮性流体解析法と比較して、計算アルゴリズムが簡単であること、質量および運動量の保存性を満足すること、また局所平衡分布関数のモデリングにより単相流から多相流までを扱えること、などの利点を有するといわれ¹⁾、その有効性が示されている²⁾。一方、LBM では計算対象領域を十分な分解能を有する規則的な格子で表現しなければならないという制約がある。また、LBM の精度は、格子分割数に影響される。したがって、局所的に複雑な境界形状をもつ流れ場に LBM を用いる場合には、計算の効率の面から考えると不等間隔格子や非構造格子を利用可能にするといった改善が必要である。以上を考慮して、多重スケール格子を利用した LBM の解法について考察する。そして、わんど流れを想定した側面に複雑な形状のキャビティを有する 2 次元平面流れを対象として、本解法の有効性を検討する。

2. 数値解法

本論文で用いた格子ボルツマン法は、2d9v モデルの非熱流体モデルであり、衝突項には BGK モデルを採用した。また、非圧縮性流体に対する基礎式³⁾を用いた。このとき、粒子の圧力分布に関する発展方程式は以下ようになる。

$$p_i(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, t + \Delta t) - p_i(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\tau} (g_i^{(0)}(\mathbf{x}, t) - p_i(\mathbf{x}, t)) \quad (1)$$

本論文では、多重スケール格子とは格子幅の異なる格子を組み合わせた格子を想定している^{4, 5)}。多重スケール格子 Boltzmann 法 (以下、MSG-LBM と略す。) に関しては、Olga, Dieter⁴⁾, F. Mazzocco ら⁵⁾ による、円柱周りの低 Reynolds 数流れに対する適用などが報告されている。以下、添え字の c, f はそれぞれ粗、密な格子上での値を示す。粗、密な格子上での物理量は、一致しなければならない。動粘性係数が格子間で一致するという条件から、 $\tau_f = \frac{1+n(2\tau_c-1)}{2}$ が得られる⁴⁾。ここで、 n は、粗な格子と密な格子のスケールの比であり、 $\Delta_f = \Delta_c/n$ である。また、時間刻み Δt の関係は、 $\Delta t_f = \Delta t_c/n$ となる⁴⁾。粗な格子と密な格子の接する領域においては、格子間で時間刻みが異なるため、密な格子に対する上流側の分布関数を時刻 $t_0 + \Delta t_f, \dots, t_0 + (n-1)\Delta t_f$ において、空間内挿する必要がある。多重スケール格子を用いることにより、計算は、粗な格子上で 1 ステップ進む間に密な格子上で n ステップ進むという手順を取る⁶⁾。

3. 空間内挿法

本論文では、以下のような空間内挿を施した。以下の図 1 は、スケールの異なる格子の境界部分を模式的に示したものである。格子幅の比は 1:2 である。黒丸は、内挿に用いる格子点を表し、 $P_i (i = 1, 2, \dots, 9)$ はそれぞれの格子点における値である。白丸は、これから空間内挿される点であり、 P_A, P_B がそれにあたる。 P_A の内挿には、線形内挿を用い、 $P_A = \sum_i a_i P_i$ の形で P_A が内挿される。ただし、 a_i は定数である。 P_B の内挿には、二次式 $L_i(x) = c_2 x^2 + c_1 x + c_0$ で表される補間関数を用いた。未知係数は $P_i (i = 1, 3, 5, 8, 9)$ を用いて求めた。この際、補間曲線 $L(x)$ に対して、 $r_L = \sum_i (L_i(x) - P_i(x))^2$ で表される残差の自乗和 r_L が最小となるように係数を決定した⁶⁾。これにより、 $P_B = \sum_i b_i P_i$ の形で P_B が内挿される。ただし、 b_i は定数である。なお、空間内挿にはフィルタリングを施した。内挿された値 P_A, P_B が、内挿に用いた P_i の最大値または最小値よりも大きい、または小さい場合は、内挿値を P_i の最大値または最小値で置き換えた⁶⁾。

4. 数値計算例

今回は、LBM による正方形格子 (LBM)、二種類の格子を組み合わせた多重スケール格子 (2SG)、三種類の格子を組み合わせた多重スケール格子 (3SG) 三種類の格子を用いて同一の計算を行い、多重スケール格子の有効性を調べた。計算領域は図 2 に示され、計算領域に対する格子分割は、図 3 (LBM)、図 4 (2SG)、図 5 (3SG) に示される。領域の長さスケールは、格子幅によって正規化されている。一番小さい大きさの格子は、 161×201 の格子分割であり、2SG ではさらに格子幅が 2 倍の格子を、3SG では、格子幅が 4 倍の格子を用いている。圧力差 $\Delta p = 0.02$ 、緩和時間 $\tau = 1.0$ を用い、収束するまで計算した。 Re 数は 100 程度である。図 6 (LBM)、図 7 (2SG)、図 8 (3SG) には、計算で得られたキャビティ内部のベクトル図を示す。どのケースにおいても、明瞭な渦が 2 つ観察され、同様な数値解が得られた。計算速度は、2SG が LBM の 2.3 倍、3SG が LBM の 2.5 倍であった。

5. おわりに

本論文では、MSG-LBM の応用例として、複雑な境界形状をもつ領域での流体計算を行った。その結果、複雑な境界形状の周りの流れ場に対して、その精度を保ちつつ効率的な計算が実現されることを確認した。本論文における数値計算例は平面二次元流れであるが、今後は、底面の影響も考慮した解析を目指す予定である。

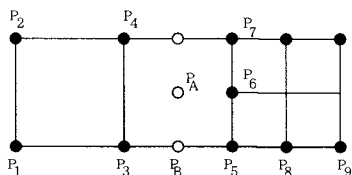


図 1 格子の接合部の模式図

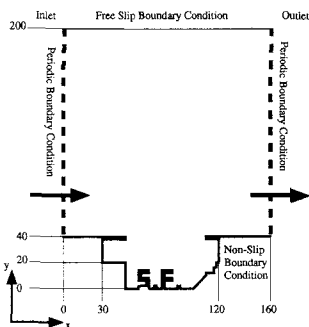


図 2 計算領域

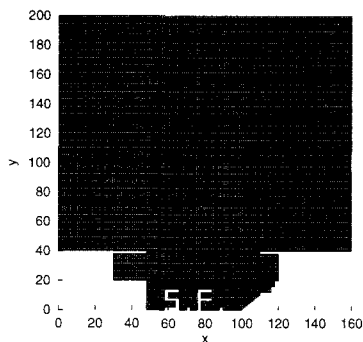


図 3 格子分割 (LBM)

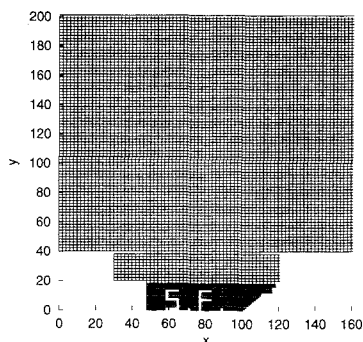


図 4 格子分割 (2SG)

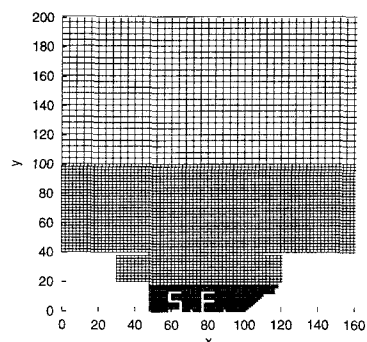


図 5 格子分割 (3SG)

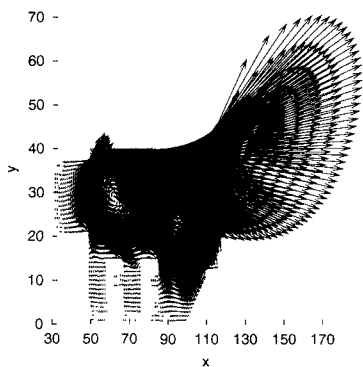


図 6 キャビティー内部の流速ベクトル図 (LBM)

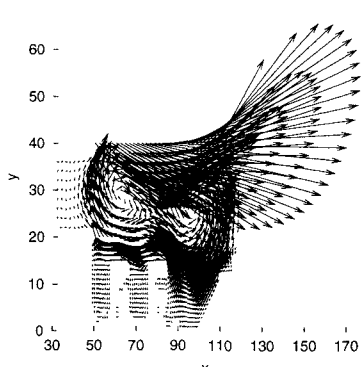


図 7 キャビティー内部の流速ベクトル図 (2SG)

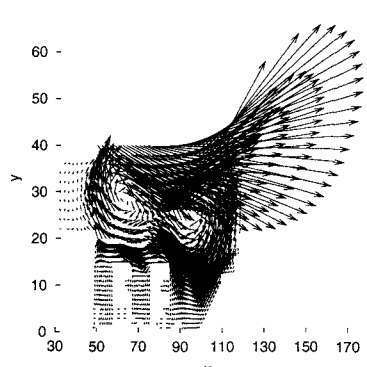


図 8 キャビティー内部の流速ベクトル図 (3SG)

参考文献

- 1) 稲室隆二. 格子ボルツマン法 - 新しい流体シミュレーション法 -. 物性研究, Vol. 77, pp. 197-232, 2001.
- 2) T. Inamuro, T. Ogata, and F. Ogino. Numerical simulation of bubble flows by the lattice boltzmann method. *Future Generation Computer Systems*, In Press, Corrected Proof, Available online 2, February 2004.
- 3) Xiaoyi He and Li-Shi Luo. Lattice Boltzmann Model for the Incompressible Navier-Stokes Equation. *Journal of Statistical Physics*, pp. 927-944, 1997.
- 4) Olga Filippova and Dieter Hänel. Grid Refinement for Lattice BGK Models. *J. Comput. Phys.*, Vol. 147, pp. 219-228, 1998.
- 5) F. Mazzocco, C. Arrighetti, G. Bella, L. Spagnoli, and S. Succi. Multiscale Lattice Boltzmann Schemes: A Preliminary Application to Axial Turbomachine Flow Simulations. *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 11, No. 2, pp. 233-245, 2000.
- 6) 藤岡奨, 牛島省. 多重スケール格子ボルツマン法を用いた定常流れの数値解法. 第 17 回数値流体力学シンポジウム 講演論文集, CD-ROM, B05-1, 2003.