

京都大学 学生員 ○林 芳樹
京都大学大学院 フェロー 田村 武

1. はじめに

一般に、剛性の低い覆工は構造自体の強度は高くないが、周辺地山の応力状態の変化に伴って変形し、地山の支持力を引き出すことによって安定な状態を保つ¹⁾。そのため、覆工厚を薄くしても安定な状態を保つことができ、経済的な構造といえる。しかしながら、覆工の変形が微小で曲げに対して安定な状態にあっても、軸力による座屈について検討しなければならない。また、これまでに起こった事例の中には座屈が要因と考えられるものもある。しかしながら、トンネル覆工において座屈に関する検討はほとんど行われてこなかった。そこで、本研究では、トンネル覆工を2次元的に表現した円形リングによって覆工をモデル化し、座屈解析を行った。ここでは、解析手法について説明した後、等方圧縮される円形リングに対して行った座屈解析の結果と理論値との比較を行うことで解析手法の妥当性を検討した。

2. 解析概要

2.1 解析モデル

ここでは、円形リングを表す解析モデルとして、図-1に示すようなモデルを用いた。このモデルでは、弾性棒部材と回転ばねを円形リング状に連結することで覆工を表している。このとき、覆工の軸方向の剛性は弾性棒の剛性によって表され、曲げ剛性は回転ばねのばね定数によって表される。覆工の曲げ剛性 EI と回転ばね定数 K_θ の関係は、はり要素と回転ばねの基礎方程式の関係から、

$$K_\theta = \frac{EI}{l} \quad (1)$$

l : 弾性棒の長さ

と表される。ここでは、図-1に示すように支点を設けているが、これは系全体を安定させるために設けたものである。支点位置として図-1(a)に示すようにリング最下部に支点を設けたパターン A と、図-1(b)に示すように両支点とリング中心のなす角が 120° となるように支点を設けたパターン B を考え、支点を設ける位置による円形リングの座屈挙動に及ぼす影響を把握する。

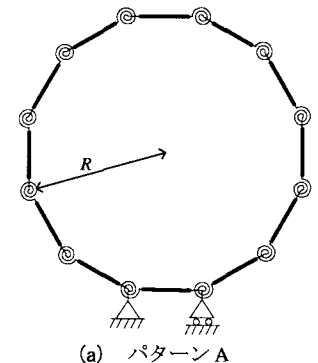
2.2 解析手法²⁾

ここでは、線形座屈解析と有限変形解析の2つの手法によって座屈解析を行った。線形座屈解析と有限変形解析の双方で用いる有限変形のつり合い式は、剛性行列 K_E と幾何剛性行列 K_G を用いて、

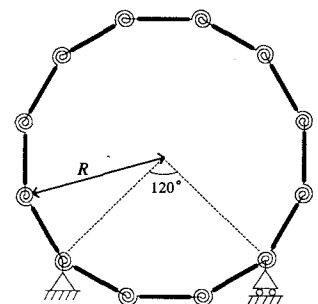
$$K_E \Delta u + K_G \Delta u = \Delta \alpha P \quad (2)$$

と表される。ここで用いる剛性行列 K_E は微小変形解析で用いられる剛性行列と同じものである。また、幾何剛性行列 K_G は幾何学的な変形による部材力の影響を表す。線形座屈解析では、式(2)を線形近似することで、

$$K_E \Delta u + \alpha K_G' \Delta u = 0 \quad (3)$$



(a) パターン A



(b) パターン B

図-1 解析モデル

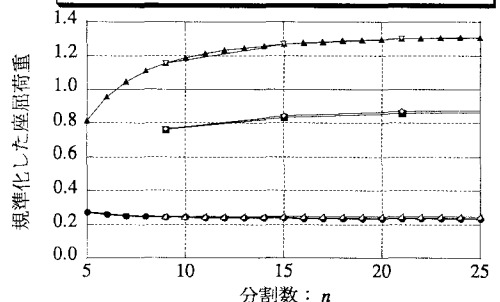
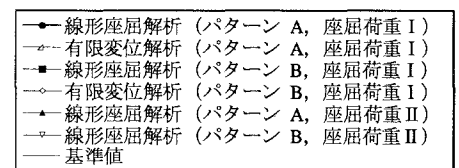


図-2 座屈荷重と分割数の関係

ここで, $\alpha K_G' = K_G$

と表される一般化固有値問題を得る。式(3)で表される一般化固有値問題を解き、固有値と固有ベクトルを求めることによって、座屈荷重と座屈モードを求める。有限変形解析では、Updated Lagrange 法³⁾を用いる。Updated Lagrange 法では、式(2)の右辺の荷重を徐々に増加させ、構造が不安定になる点を求める。その際、各荷重増分における計算を1ステップとし、各ステップにおいて棒要素の部材角や部材長を求め、次のステップの剛性行列 K_E 、幾何剛性行列 K_G を更新する。すなわち、ここでは、荷重を徐々に増加させ、式(2)で示される連立方程式が特異になる荷重を、

$$\det(K_E + K_G) = 0 \quad (4)$$

を満たす荷重として求める。この荷重が座屈荷重である。また、座屈モードは、式(4)の条件を満たす時の各節点変位の比として求める。等方圧縮される円形リングの座屈荷重の理論値 q_{cr0} は、楕円形状の座屈モードを仮定し、覆工の曲げ剛性 EI と半径 R を用いて、

$$q_{cr0} = \frac{3EI}{R^3} \quad (5)$$

と表される⁴⁾。式(5)で表される座屈荷重を用いて、座屈解析によって求まる座屈荷重を規準化する。

3. 解析結果と考察

実際の構造物ならば最小の座屈荷重にて座屈が発生するが、計算上求まる2番目に小さな座屈荷重も、座屈解析手法の妥当性を検討する上で重要だと考えられる。ここで、最小の座屈荷重を座屈荷重Ⅰ、2番目に小さな座屈荷重を座屈荷重Ⅱとする。ここでは線形座屈解析において座屈荷重Ⅰと座屈荷重Ⅱを求め、各座屈荷重に対応する座屈モードをそれぞれ、1次モード、2次モードとして求めた。図-2に座屈荷重と分割数の関係を示す。図-2より、座屈荷重ⅠはパターンA、Bの双方で、線形座屈解析と有限変形解析によって求まる値がほぼ一致していることが確認される。また、座屈荷重ⅠはパターンA、Bの双方とも理論値よりも小さな値となり、特にパターンAにおいて小さな値となっている。これは、支点による影響と考えられる。すなわち、下部に設けた2つの支点によって、円形リングの構造自体が不安定となるよりも先に水平方向に不安定となり、座屈荷重が理論値よりも小さくなっていると考えられる。座屈モードに関しても、下部に設けた支点による不安定化によって理論解のモードとは異なり、図-3(a)、(b)に示すように転倒したような座屈モードになっていると考えられる。また、座屈荷重ⅡはパターンA、Bの値が一致し、理論値よりも大きな値となっている。これも、下部に設けた2つの支点による影響と考えられる。すなわち、支点を設けることによって、鉛直方向に安定化し、座屈荷重が大きくなっていると考えられる。ただし、このとき、座屈モードは楕円形状となり理論解のモードと一致していることから、水平方向への不安定要素は生じていないと考えられる。

4. まとめ

支点を設けたことによって、理論値と完全に一致した解析結果は得られなかったが、2次モードが理論解のモードと一致したことなどから、本解析手法によって理論解を定性的に表現することができたといえる。今後は、周辺地盤の地盤反力が覆工の座屈に与える影響について検討を行う。

<参考文献>

- 1) 谷本親伯：NATM-1，森北出版，pp.1-6，1986。
- 2) 池田清宏・室田一雄：構造系の座屈と分岐，コロナ社，pp.74-98，2001。
- 3) 田村武：連続体力学入門，朝倉書店，pp.137-140，2000。
- 4) S. P. Timoshenko and J. M. Gere：Theory of Elastic Stability (2nd Edition)，McGraw-Hill，pp.278-302，1963。

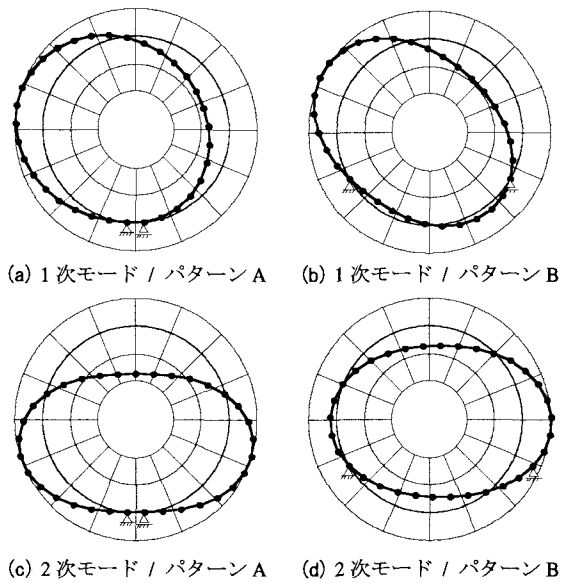


図-3 座屈モード