

神戸大学工学部 学生員 ○畑 洋輔

神戸大学工学部 正会員 宮本 仁志

神戸大学大学院 学生員 下山 顕治

1. まえがき

筆者らは、これまで、水面・流速の同時画像計測法により開水路流れにおける瞬時の水面分布と流速ベクトルを測定し、水面変動と開水路乱流の相関構造について調べてきた¹⁾。本研究では、得られた測定値に POD 解析を施すことにより水面変動・流速の主成分を検出し、それら主成分の時系列にフィードバック解析²⁾を適用することによって水面変動と流速変動の間の因果関係について検討したので報告する。

2. 対象とする開水路流れの実験概要

表-1 に水理条件を示す。解析対象としたのは、筆者ら³⁾による実験のうち、最もフルード数 Fr が大きい $Fr = 2.33$ の計測値である。対象となる水面・流速の測定値のサンプリング周波数(時間分解能)は 400Hz であり、一画素の実長(空間分解能)は 0.2mm である。

表-1 水理条件

$Q(\text{cm}^3/\text{s})$	$H(\text{cm})$	$U(\text{cm/s})$	$U_*(\text{cm/s})$	S	Fr	Re
5.0×10^3	20	102.1	5.17	1/65	2.33	2×10^4

Q : 流量, H : 平均水深, U : 平均流速, U_* : 底面摩擦速度, S : 水路床勾配, Fr : フルード数, Re : レイノルズ数。

3. 解析方法

図-1 に、本研究において用いた水面変動と流速変動の間のフィードバック系を示す。フィードバック解析に用いた多変量自己回帰モデルは次式のようなものである。

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M a_{ij}(m) x_j(t-m) + e_i(t) \quad (1)$$

ここに、 $x_i(t)$: 解析対象の時系列, $a_{ij}(m)$: 自己回帰係数, $e_i(t)$: 誤差項, M, N : モデルの次数, である。式(1)により各時系列をモデル化し、変量間の因果関係を検討する。本報では、水面変動の POD 主成分 ϕ_{sm} の時系列 $a_{sm}(t)$ に対しては全変動強度の 90% を再現するモード $M_s = 9$ までを、流速変動主成分 ϕ_{vm} の時系列には全変動強度の 60% を再現するモード $M_v = 14$ までを用い、計 23 変量の自己回帰式によってフィードバック系を表現した。式(2)で示すパワー寄与率 r_{ij} によって、得られたフィードバック系での主成分間の依存性を評価する。

$$r_{ij}(f) = q_{ij}(f) / p_{ii}(f) = \left| \left(A(f)^{-1} \right)_{ij} \right|_{s_{ij}}^2 / \sum_{j=1}^N q_{ij}(f) \quad (2)$$

ここに、 $q_{ij}(f)$: 変数 x_j の誤差項の寄与分, $A(f)$: x_i から x_j への周波数応答関数, s_{ij} : $e_j(s)$ の自己共分散関数, $p_{ii}(f)$: 変数 x_i のパワースペクトルである。

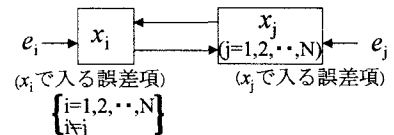
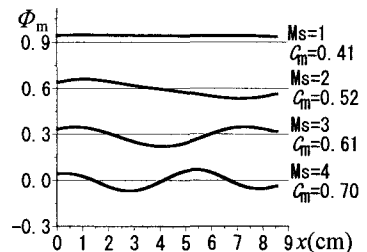


図-1 フィードバックシステム

4. 解析結果とその考察

同時画像計測の測定値に POD 解析¹⁾を施すことによって、水面変動成分 h' の固有ベクトル ϕ_{sm} と流速変動成分 $\mathbf{v} = (u', v')$ の固有ベクトル ϕ_{vm} を得た。図-2、-3 に、各 4 次モードまでの固有ベクトルの分布を示す。 ϕ_{sm} の分布は、モード M_s が高次になるに従って正弦波形状の分布を示し、対応する波数も大きくなる。また、 $\phi_{s1}(M_s=1)$ では流れ場全体で上下変動する成分となっている。一方、 ϕ_{vm} については、 $M_v=1$ の ϕ_{v1} は計測断面全体で変動する成分を表しており、モード M_v が大きくなるに従い局所的な変動が卓越するようになる。図-4、-5 は

図-2 h' の固有ベクトル ϕ_{sm} (比較のため縦軸を調整)

固有ベクトル $\Phi_{sm} \cdot \Phi_{vm}$ に対応する振幅 $a_{sm}(t)$, $a_{vm}(t)$ のスペクトルである(卓越周期の変化特性を見るため縦軸を調整している). a_{sm} , a_{vm} の卓越周期はモードの次数が大きくなるとともに高周波になる. これらのことより, 空間スケールの小さい水面変動主成分・流速変動主成分ほど高周波の変動になることがわかる.

次に, 得られた $a_{sm}(t)$, $a_{vm}(t)$ を用いて, 水面変動・流速変動の主成分間のフィードバック解析を行った. 図-6 に, 流速変動成分と水面変動成分のパワー寄与率 $r_{ij}^v \cdot r_{ij}^s$ を示す. これより, 流速変動の r_{ij}^v (図-6(a): $Mv=1,2$) においては, 水面変動の寄与はほとんどみられないのに対して, 水面変動の r_{ij}^s (図-6(b): $Ms=1,2$) では, 流速変動成分からの寄与が低周波(10Hz 程度)において 1 割程度みられる. 図-5,-3 より, 対応する 10Hz 程度の流速変動が見られるのはモード $Mv=4$, その流下方向空間スケールはおおよそ $2H$ となっており, 同程度の時空間スケールをもつ流速変動主成分が大きなスケールの水面変動成分に影響していると推察される.

<参考文献>1) 宮本, 下山: 水工学論文集, 第 47 巻, pp.439-444, 2003. 2) 和田孝雄: 生体のゆらぎとリズム, 225p, 講談社, 1999. 3) 宮本・下山・神田・稲岡: 第 57 回土木学会年講概要, II-076, 2002.

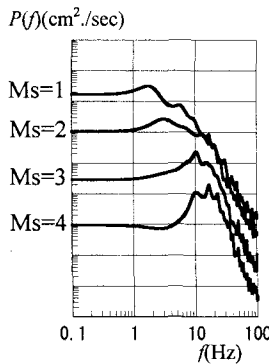


図-4 a_{sm} のパワースペクトル
(比較のため縦軸を調整)

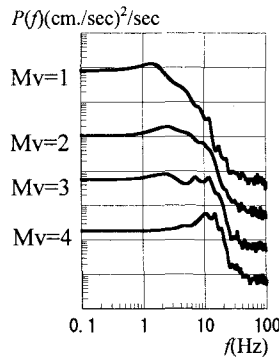


図-5 a_{vm} のパワースペクトル
(比較のため縦軸を調整)

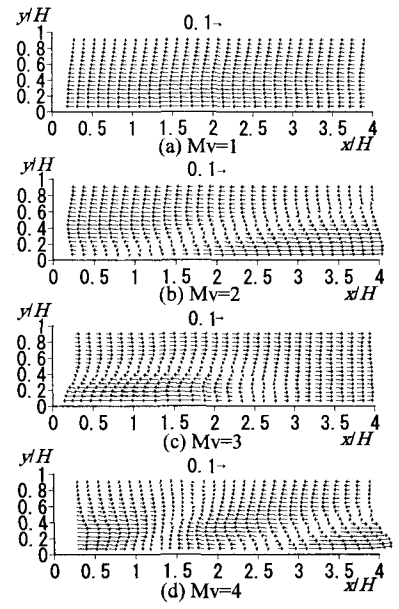
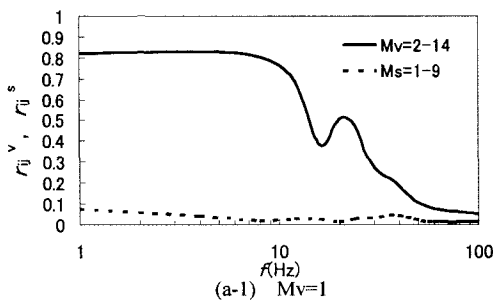
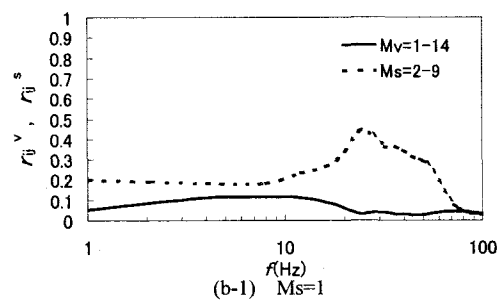


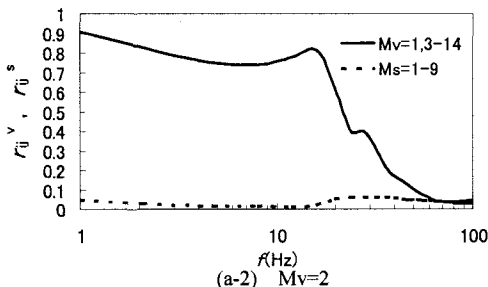
図-3 v' の固有ベクトル Φ_{vm}



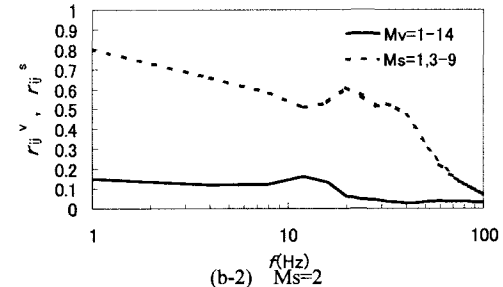
(a-1) $Mv=1$



(b-1) $Ms=1$



(a-2) $Mv=2$



(b-2) $Ms=2$

図-6 パワー寄与率