第II部門　**混合しない二相流体の数値解析法に関する研究**

京都大学大学院工学研究科博士課程　学生員　○吉田 圭介
京都大学工学部地球工学科　学生員　岡崎 慎一郎
京都大学大学院工学研究科　正会員　牛島 省
京都大学大学院工学研究科　フェロー　禰津 家久

1．はじめに

近年，気液混相流などの混合しない二相流動場の数値解析が盛んに行われている．本研究では，このような密度の異なる混合しない非圧縮性二相流を対象として，有限差分法によって統一的に解析する手法に関する考察を行う．さらに，実際に水・シリコーンオイルを対象として，２次元閉鎖キャビティー内における流体場をLDAを用いて計測し，これを対象とした数値計算を行って，現時点での数値解析精度の検証を行った．

2．数値解法

本報で扱う二相流体場では二流体間の移動境界の扱いが重要となる．有限差分法による移動境界を有する流体解析は数多くの研究者によりなされてきた．ALE法は界面近傍の精度や流体質量の保存性に関して優れている[1]．これに対して，密度関数法やVOF法といったEulerian格子系の解法は界面の幾何学的特性を表現したり境界面における境界条件を精度よく満足させることは困難であるが，大規模な境界面移動が生ずる場合には有利である．一方，従来より水・空気界面における流体解析では気相の計算が同時に行われることはほとんどなかった．しかし，風波などの水・空気流の相互作用を解明するには水流と空気流の両者を同時に解析することが必要である．本研究では上記２点を踏まえ，同一計算領域で密度の異なる非圧縮性流体（気液，液液混相流）を統一的に扱う数値計算手法について検討する．

基礎方程式は非圧縮性Newton流体に対する1) 非Boussinesq近似のNavier-Stokes式，2) 連続式および3) 流体を識別するカラー関数に対する保存形の移流方程式である．

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=\delta_{i2}g_i-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial(f u_j)}{\partial x_j}=0 \tag{3}$$

ここで，u_iは流速，ρは密度，μは粘性係数，pは圧力，g_iは重力加速度，fはカラー関数(もしくはVolume-of-Fraction)を示す．簡単のため式(1)及び式(2)をEuler陽解法による時間積分とSMAC法による流速と圧力のカップリングによって時間方向にのみ離散化すると，以下のPoisson式が得られる．

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}=\frac{1}{\partial x_i}\left(\frac{\Delta t}{\rho}\frac{\partial \delta p}{\partial x_i}\right) \tag{4}$$

ここで，Δtは時間刻み，$\tilde{u}_i$は流速の予測値であり，δpは圧力の修正値である．

3．大きな密度比が存在する流体間の数値解法

界面が大変形するような混相流体の数値解析を行う点で重要視されるべき点は，1) 移動境界面の追跡精度，2) 流体の質量の保存性に集約される．特に，対象流体の質量の保存性は非常に大切で，長時間にわたる流体挙動解析や乱流統計量の算定に際し，結果の精度に大きな影響を及ぼすことが推察される．流体の保存性を決定するものは連続式とカラー関数の移流方程式の解析精度であり，両式を精度よく解くことが求められる．また，連続式の解の精度はNavier-Stokes式とのカップリングにより，Poisson式の解の精度に依存することがわかる．一方，水・空気界面といった地球上で広く観察される流体現象を解明する際には両流体間に約10^3もの密度比が存在し，Poisson式の収束計算を困難にしていることが知られている．近頃，Lafaurie *et al.*[2]や人美ら[3]は多重格子法(Multigrid Poisson Solver)によってこの問題を解決しているが，解の精度と計算手法との関連性は明確ではない．本研究では式(4)を適切に解くことにより流速場の発散誤差を抑えて計算を行った．図-1は適当な流体場に対して連続式の数値誤差を評価したものである．同図より，連続式はほぼ満足されていることがわかる．また，本研究では式(3)をDonor-Acceptor(DA)法[4]で解くことにより，流体の保存性を維持させた．本研究でも，スカラー移流問題に対して数万ステップ移流計算後の全体のスカラー値fの変化率$\Delta f/f$を調べた結果，ほぼ0値（マシーンゼロ）を示すことが確認できた．

Keisuke YOSHIDA, Shinnichirou OKAZAKI, Satoru USHIJIMA and Iehisa NEZU

4．実験及び数値計算結果

実験装置図を図-2 に示す．実験では上層にシリコーンオイル (密度 $0.8g/cm^3$, 粘性係数 $0.02Pa\cdot s$) また下層に水を入れ，流入口及び流出口をホースとポンプで接続することによって水流を循環させることで，２層の２次元流体場を形成し，レーザー流速計にて計測した．一方，数値解析では２次元 staggered 格子を用い．格子点にスカラー量を，格子間にベクトル量を定義した．また，時間積分には Euler 陽解法，移流項には QSI スキーム[5]，粘性項には２次の中央差分を用いた．境界条件として，壁面では slip 条件を課し，強制流入出条件を与えた．本研究では液液混相流体の解法に重点を置いているため，流れ場の乱流拡散係数は簡易な 0 方程式モデルに実験値を用いて定めた．ここで，乱流の 0 方程式モデルとは，Prandtl の乱流代表速度 v_t を代表長さスケール l 及び代表時間 t_0 で l/t_0 と定義し，乱流拡散係数を $\nu_t = Cl^2/t_0$ と表現するものである．ただし，C は定数である．本研究では代表速度を流入口付近の平均流速，代表長さを模型水槽の長さと概算した．

図-3 には流入速度が $40cm/s$ の場合の流速ベクトルを示す．また，図-4 には同条件に対する数値計算結果を示す．同図より，計算結果はほぼ流況を再現していることがわかる．今後は，界面での応力条件に化学的な特性を考慮すること，また，高次の乱流モデルの適用などを考慮して，混相流体場の数値計算精度を向上させる予定である．

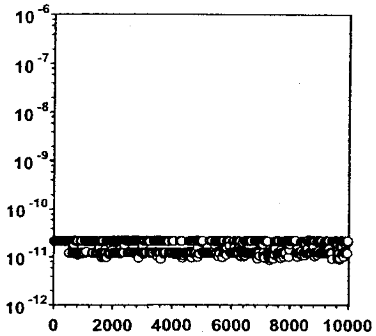

図 1　$\partial u_i/\partial x_i$ の誤差

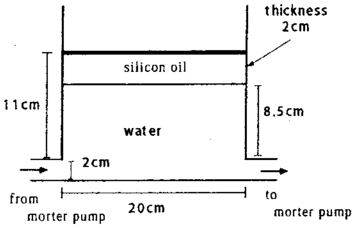

図 2　実験装置図

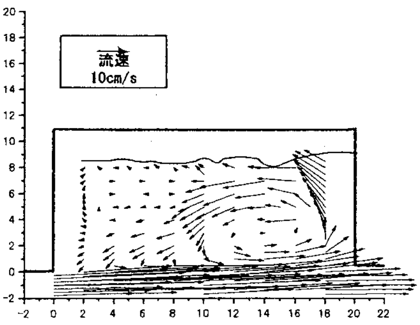

図 3　実験結果 ($40cm/s$)

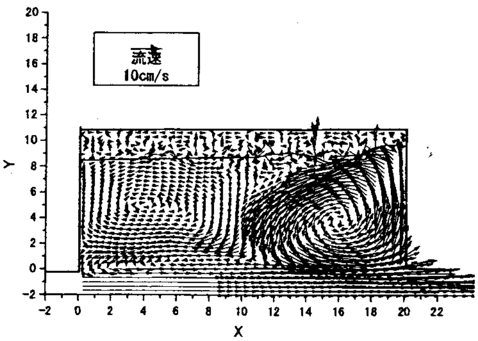

図 4　計算結果 ($40cm/s$)

5．おわりに

本研究では，密度の異なる混合しない２流体を対象として，有限差分法による統一的数値解法に関する考察を行った．今後は計算精度の向上や風波への適用性に関して考察を進めたい．

参考文献

1) 牛島省, 禰津家久. 移動一般座標系を用いたコロケート格子による自由水面流れの数値解析手法. 土木学会論文集, No. 698/II-58, pp. 11–19, 2002.

2) B. Lafaurie, C. Nardone, R. Scardovelli, S. Zaleski, and G Zanetti. Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with surfer. *J. Comput. Phys.*, Vol. 113, pp. 134–147, 1994.

3) 人美大輔, 秋山光庸, 杉山均. Level set 法による液滴の固有振動解析. 日本原子力学会誌, Vol. 42, No. 1, pp. 43–55, 2000.

4) C. W. Hirt and B. D. Nichols. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundary. *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201–226, 1981.

5) 牛島省, 禰津家久. 5 次精度 QSI スキームを用いた自由液面流れの数値解析法. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 68, No. 669, pp. 1322–1328, 2002.