

1. はじめに

大規模構造物は社会の重要なインフラストラクチャを担っており、地震時などの災害時にこれらの構造物の損傷状況を迅速にかつ定量的に把握することは大変重要である。

その方法の一つとして、システム同定が挙げられる。この手法は構造物の応答観測結果からシステムの動特性を同定するものであり、カルマンフィルタ¹⁾やモンテカルロフィルタ²⁾を用いたシステム同定が有名である。

しかし、自由度の大きな構造物を対象とすると、従来のモンテカルロフィルタを用いた構造同定法³⁾は計算時間の極端な増加のために実用的ではなかった。そこで本研究では、従来のアルゴリズムに改良を加え、自由度の大きな構造物へ適用可能な効率的な構造同定法を開発した。

2. モンテカルロフィルタ (MCF)

MCF では状態方程式と観測方程式が以下のように表される状態空間モデルを対象とする。

$$\mathbf{x}_n = F(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{w}_n) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mathbf{y}_n = H(\mathbf{x}_n, \mathbf{v}_n) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 F, H は任意関数であり、 $\mathbf{x}_n$ は状態量、 $\mathbf{y}_n$ は観測量、 $\mathbf{w}_n$ はシステムノイズ、 $\mathbf{v}_n$ は観測ノイズである。

MCF は状態量の条件付確率密度分布を粒子と呼ばれる多数の実現値で近似し、その粒子の変化を、予測、フィルタリング、リサンプリングによって計算することで、逐次的に同定を進めていく方法である。このアルゴリズムの詳細は参考文献²⁾に譲る。ここでは、 m 個の実現値である予測粒子 $\mathbf{b}_n^{(j)}$ 、フィルタ粒子 $\mathbf{f}_n^{(j)}$ を用いて、予測分布 $p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_{n-1})$ とフィルタ分布 $p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_n)$ を以下のように近似する。

$$\{\mathbf{b}_n^{(1)} \dots \mathbf{b}_n^{(m)}\} \sim p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_{n-1}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\{\mathbf{f}_n^{(1)} \dots \mathbf{f}_n^{(m)}\} \sim p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

3. Relaxation Monte Carlo Filter (RMCF)

N 自由度構造システムの場合、状態量は次式で表されるように相対変位、相対速度、粘性減衰係数、剛性で構成される $4N$ 次元のベクトルである。

$$\mathbf{x}_n = \{\dots z_i, \dot{z}_i, c_i, k_i \dots\}^T \quad \dots\dots\dots (5)$$

このとき、各粒子は $4N$ 個の状態変数を表現している。しかし、構造システムの自由度が増加するにつれて、状態変数の組合せの数は指数的に増加する。よって、粒子に十分な多様性を与えるために、粒子数も指数的に増加させなければならず、計算時間が極端に増加する。従来の MCF はこうした欠点を抱えているため、自由度の大きな構造物への適用は実用的ではなかった。

この問題を解決するために、自由度の大きな構造システムへ適用可能な効率的な構造同定法 (RMCF) を提案する。このアルゴリズムを以下に示す。

1. フィルタ粒子 $\mathbf{f}_{n-1}^{(j)}$ から式 (1) を用いて、予測粒子 $\mathbf{b}_n^{(j)}$ を得る。 ($j = 1, 2, \dots, m$)
2. 予測粒子 $\mathbf{b}_n^{(j)}$ を質点ごとに分割して、 $\mathbf{b}_{n,1}^{(j)} \dots \mathbf{b}_{n,i}^{(j)} \dots \mathbf{b}_{n,N}^{(j)}$ とし、質点ごと ($i = 1, 2, \dots, N$) に以下の過程を繰り返す
 - (a) 分割した予測粒子 $\mathbf{b}_{n,i}^{(j)}$ の尤度 $\alpha_{n,i}^{(j)}$ を、式 (2) とその質点に対応する観測量 $\mathbf{y}_{n,i}$ を用いて求める
 - (b) $\alpha_{n,i}^{(j)}$ に比例する確率で予測粒子 $\mathbf{b}_{n,i}^{(j)}$ をリサンプリングし、フィルタ粒子 $\mathbf{f}_{n,i}^{(j)}$ を得る。 ($j = 1, 2, \dots, m$)
3. 各質点で得られた $\mathbf{f}_{n,1}^{(j)} \dots \mathbf{f}_{n,i}^{(j)} \dots \mathbf{f}_{n,N}^{(j)}$ を合成し、フィルタ粒子 $\mathbf{f}_n^{(j)}$ を得る
4. 1. に戻る。 (同定終了まで続く)

この方法では、分割された予測粒子を構成する要素は4個であるため、粒子数は1自由度相当の粒子数でよいというメリットを持つ。しかし、質点ごとに別々に得られた $\mathbf{f}_{n,i}^{(j)}$ の $j=1,2,\dots,m$ に対する配列は尤度の大きさとは無関係にランダムに並んでいる。よって、これらの $\mathbf{f}_{n,i}^{(j)}$ を j を固定して i について再合成して得られた $\mathbf{f}_n^{(j)}$ は粒子間で優劣にあまり差が現れない。そこで、合成する前に $\mathbf{f}_{n,i}^{(j)}$ の j に関する配列を並べ換えて、合成時に意図的に尤度の高い粒子同士が合成されるようにする。

4. 数値解析例

(1) 解析条件

ここでは、RMCFの有用性を示すために、並べ換えを行わないRMCF、並べ換えを行うRMCFならびにMCFを用いた構造同定を行い、比較する。対象モデルは10自由度線形構造システムであり、各質点の質量は123.02(kg)、粘性減衰係数は68.606(N・sec/m)、剛性は24008.69(N/m)とする。入力地震動はエルセントロ地震加速度記録(1940,NS)の最大加速度を25galに補正した波形を用いる。時間刻みは0.01秒とし、同定に用いる観測波形は、応答計算で得られた、相対変位、速度の応答波形に3%のホワイトノイズを付加した波形を用いる。動特性の初期値は真値の50%とする。RMCFにおいて並べ換えを行わない場合をCASE1、行う場合をCASE2とする。両ケースとも粒子数は1000個とする。

(2) 解析結果

解析結果を示す。図-1は同定開始15秒後におけるCASE1、CASE2の合成後のフィルタ粒子 $\mathbf{f}_n^{(j)}$ の尤度の、粒子ごとの分布を表したものである。CASE1においては尤度は一様にばらついているが、大きな尤度を持つ粒子が少ないことが分かる。一方、CASE2においては並べ換えによって尤度の大きな粒子同士が合成されたため、CASE1に比べ合成後も尤度の大きな粒子が得られていることが分かる。図-2はCASE1、CASE2の同定結果のフィルタ粒子の平均値の時刻歴である。尤度の大きな粒子が得られるCASE2の方が真値への収束速度が早いことが分かる。計算時間はCASE1においては5分36秒、CASE2においては5分52秒かった。並べ換えの操作のためにCASE2の方が若干計算時間が長いが、収束性の向上を考慮に入れると、この程度の増加は大した損失ではないと考えてよい。

従来のMCFでは、粒子数を20000個に設定しても同定できなかった。また、このときの計算時間は2時間30分であった。これは、RMCFが自由度の大きな構造システムをかなり効率的に同定できることを示している。

5. 結論

本研究では、従来のモンテカルロフィルタでは適用が困難であった自由度の高い構造システムの同定を、効率的に行うことができる構造同定法(RMCF)を提案した。また、本手法を用いた数値解析によりRMCFの有用性を示した。

参考文献

- 1) 片山徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983.
- 2) 北川源四郎：モンテカルロフィルタおよび平滑化について，統計数理，Vol.44，pp.31-48，1996.
- 3) 佐藤忠信，梶啓介：モンテカルロフィルタを用いた構造同定，土木学会論文集，No.675/I-55，pp161-170，2001.

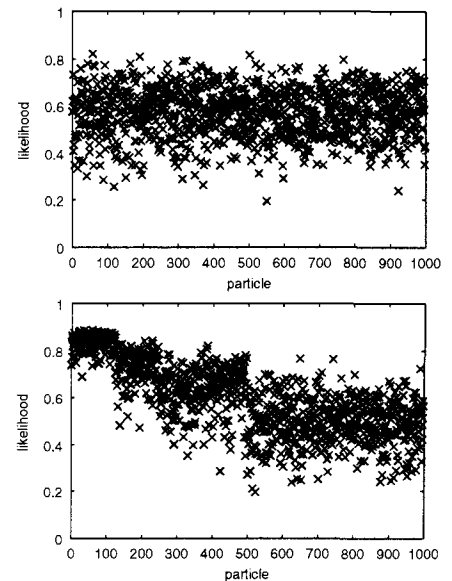


図-1 合成後のフィルタ粒子の尤度の分布 (上: CASE1, 下: CASE2)

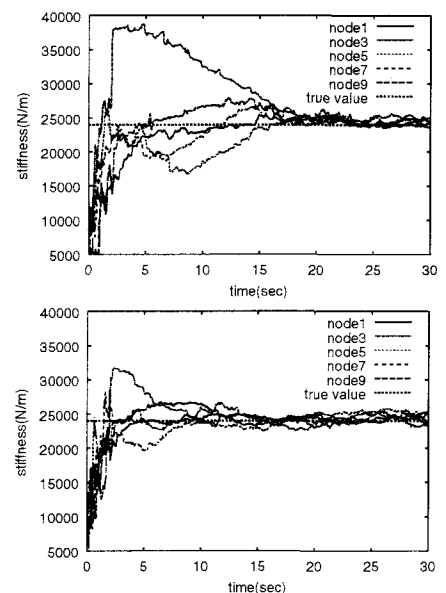


図-2 剛性の同定結果のフィルタ粒子の平均値の時刻歴 (上: CASE1, 下: CASE2)