経済成長を考慮した動的防災投資戦略に関する研究

京都大学大学院工学研究科　学生会員　○近藤 佳史
鳥取大学工学部　正会員　横松 宗太
京都大学大学院工学研究科　フェロー会員　小林 潔司

1. はじめに

大規模自然災害が発生すると社会は壊滅的な状況になる．社会が復旧するには長い期間を要し，その間経済成長は停滞する．経済成長の停滞の影響はレベル効果として復旧後も社会に残存することになる．しかし事前に防災投資を行えば，災害後のレベル効果による経済損失を軽減できる．本研究では経済が成長する過程における，生産基盤と防災施設への投資配分問題について分析する． 経済が成長する過程における，生産基盤と防災施設への投資配分問題について分析する．

2. 防災投資によるレベル効果の制御

図-1は消費の経時的変化を表したものである．経路1は防災投資を通時的に高い水準で行ったときの消費経路であり，経路2はやや低い水準で行ったときの消費経路である．点線は災害が起こらなかったとき(without-case)の消費経路を示す．時刻θに災害が生起したとする．経路1，2の復旧期間はT_1, T_2で表される．それぞれwithout-caseとの消費水準の乖離は経済が成長を続ける限り永続する．災害は消費の成長過程に対して負のレベル効果をもたらしている．経路1，2のレベル効果による影響はそれぞれ領域$DABC, D'A'B'C'$の面積で与えられる．$DABC - D'A'B'C' \leq 0$のとき，防災投資によりレベル効果を制御できることになる．2つの経路の経済厚生の差を，消費水準の乖離の現在価値を時間軸上で積分した大きさにより評価しよう．経済厚生の差は$CQB'C'$と$OABQA'$の面積の差で表される．すなわち，無限の時間軸を考えるとき，高い水準の防災投資を行うことにより災害によるレベル効果を制御し，被害を縮小できる．よって最適な防災投資行動により経済成長を制御することが必要となる．

3. モデル分析

(1) モデルの仮定

閉鎖経済におけるある一国を対象とする．災害はポアソン過程に従って到着するとする(到着率μ)．家計数は時間を通じて1で一定とする．また，家計は非弾力的に労働を投入する．また家計は災害リスクを完全に認知した上で生涯期待効用を最大化する．生産関数を

$$f(k(t)) = Ak(t) \tag{1}$$

とする．ここで$k(t)(\geq 0)$は生産資本ストックの水準，Aは生産資本の限界生産性を表す正の定数である．

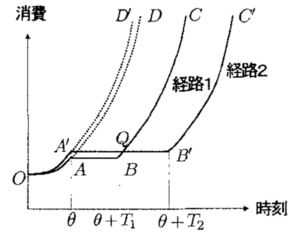

図-1 災害復旧期間と防災投資効果

防災資本ストック水準を$\delta(t)(\geq 0)$で表すと，

$$\dot{k}(t) = i(t) \geq 0 \quad , \quad \dot{\delta}(t) = g(t) \geq 0 \tag{2}$$

である．ここで$i(t)$，$g(t)$はそれぞれ生産投資と防災投資を表す．記号「$\cdot$」は時間に関する微分を表す．時刻tにおいて生産された資本は次のように表される．

$$Ak(t) = i(t) + g(t) + c(t) \tag{3}$$

ここで$c(t)(\geq 0)$は家計の消費水準である．代表的家計は時間軸上で無限の計画視野をもつと仮定する．家計の瞬間効用関数は$u(c(t))$は以下の性質をもつ．

$$u'(c) > 0, \quad u''(c) \leq 0 \tag{4}$$

以降，記号「$\prime$，$\prime\prime$」は$(\cdot)$の中の変数の1回微分，2回微分を表すものとする．また，社会厚生水準を家計の生涯期待効用により定義する．

(2) 最適化問題の仮定

最適化問題を二つの期間に分けて考える．一つは，生産資本と防災施設が蓄積される成長期間である．もう一つは災害後の復旧期間である．復旧期間には経済の成長は停滞する．復旧期間の長さを関数$R(\delta)$により表そう．復旧期間の長さは災害発生時点での防災資本ストック水準に依存し，以下の性質をもつと仮定する．

$$R'(\delta) \leq 0, \quad R''(\delta) \geq 0$$
$$\lim_{\delta \to 0} R(\delta) = +\infty, \quad \lim_{\delta \to \infty} R(\delta) = 0 \tag{5}$$

復旧期間における消費は，災害が生起する直前の消費水準のまま一定であると仮定する．また，復旧期間には生産投資も防災投資も行われないとする．つまり，災害は防災資本ストックに依存した復旧期間だけ経済成長の機会損失をもたらすものとして考える．

2つの期間は循環関係にある．成長期間は災害が発生することによって復旧期間に移行する．一方，復旧期間には以下の2通りの終了の仕方がある．1) 復旧期間中に災害が生起し，復旧期間が再開する．2) 復旧期間が終了し，成長期間に復帰する．

Yoshifumi KONDO, Muneta YOKOMATSU and Kiyoshi KOBAYASHI

(3) 成長期間の定式化

時刻tを初期時点とし，成長期間における社会厚生の最大化問題を考える．社会における総資本ストックを$z(t)=k(t)+\delta(t)$で表す．成長期間における期待社会厚生水準は，災害の到着時刻を終端時刻として

$$EW^G(t) \;=\; E_\theta\left[\int_t^\theta u(c(\tau))\exp\{-\rho(\tau-t)\}d\tau + v^R(k(\theta),\delta(\theta))\exp\{-\rho(\theta-t)\}\right] \quad (6)$$

で表される．ここで$E_\theta[\cdot]$は，確率変数である災害到着時刻θに関する期待値操作を表す．成長期間の最適化問題は任意の時刻tの期待生涯効用水準の最大化問題として，以下のように表される．

$$\max_{\gamma(t)}\left[\int_t^\infty\{u(c(\tau))+\mu v^R(k(\tau),\delta(\tau))\}\cdot\exp\{-(\rho+\mu)(\tau-t)\}d\tau\right] \quad (7)$$

$$subject \quad to \quad \dot{z}(t)=Az(t)-A\delta(t)-c(t) \quad (8)$$

ここで$\gamma(t)=\{c(t),\delta(t)\}$は，制御変数ベクトルである．また，$\rho$は主観的割引率であり，$\rho\le\mu$と仮定する．$v^R(k(\tau),\delta(\tau))$は成長期間から復旧期間に移行するときの終端効用関数である．

(4) 復旧期間の定式化

時刻$\hat{\theta}\ (<t)$に災害が発生し，現時点tにおいて復旧期間にいるとしよう．上記のとおり復旧期間には2通りの終了の仕方がある．復旧期間が終了し，成長期間に移行する場合の終端効用関数を$v^G(z(\hat{\theta}))$とおく．それによって式(6)と同様に時刻tにおける期待社会厚生を定義することができる．復旧期間において消費，両資本が一定であることに留意すると，若干の計算により復旧期間の期待社会厚生水準は次式のように表される．

$$EW^R(t) = \frac{u(c(\hat{\theta}))+\mu v^R(k(\hat{\theta}),\delta(\hat{\theta}))}{\rho+\mu}\cdot[1-\exp\{-(\rho+\mu)(\hat{\theta}+R(\delta(\hat{\theta}))-t)\}] + v^G(z(\hat{\theta}))\exp\{-\rho(\hat{\theta}+R(\delta(\hat{\theta}))-t)\} \quad (9)$$

(5) 最適投資戦略

成長期間において時刻tにおける総資本ストック水準から得られる期待社会厚生の最大値を最適値関数$V(z(t))$により定義する．$EW^R(\hat{\theta})=v^R(k(\hat{\theta}),\delta(\hat{\theta}))$の関係を用いて式(9)を式(6)に代入し，最適経路上で$v^G(z(t))$，$EW^G(t)$が$V(z(t))$に一致することを考慮すると，以下の再帰方程式が得られる．

$$V(z(t)) \;=\; \max_{\gamma(t)}\left[\{U(c(t),\delta(t))+\mu\Lambda(\delta(t))V(z(t))\}d\tau + V(z(t+d\tau))\exp\{-(\rho+\mu)d\tau\}\right] \quad (10)$$

ここで$U(c(t),\delta(t))=\{1+\mu\Gamma(\delta(t))\}u(c(t))$は瞬間的期待効用である．ただし，

$$\Gamma(\delta(t))=\frac{1-\exp\{-(\rho+\mu)R(\delta(t))\}}{\rho+\mu\exp\{-(\rho+\mu)R(\delta(t))\}} \quad (11)$$

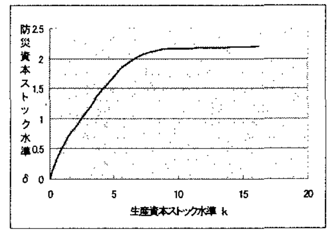

図-2　生産資本ストックと防災資本ストック

$$\Lambda(\delta(t))=\frac{(\rho+\mu)\exp\{-(\rho+\mu)R(\delta(t))\}}{\rho+\mu\exp\{-(\rho+\mu)R(\delta(t))\}} \quad (12)$$

である．若干の式変形を通じて，Hamilton-Jacobi方程式を求めることができる．

$$V(z(t))=\max_{\gamma(t)}\left[\rho^{-1}u(c(t)) + \Omega^{-1}(\delta(t))\frac{dV(z(t))}{dz(t)}\{Az(t)-A\delta(t)-c(t)\}\right] \quad (13)$$

$\Omega(\delta(t))$は一般化割引率であり以下の性質をもつ．

$$\Omega(\delta)=\rho+\mu\{1-\Gamma(\delta)\} \quad (14)$$

$$\Omega'(\delta)\le 0 \qquad for \quad any \quad \delta\ge 0 \quad (15)$$

$$\Omega''(\delta)>0 \qquad for \quad \delta>\tilde{\delta}>0 \quad (16)$$

$$ただし \quad \rho-\mu\exp\{-(\rho+\mu)R(\tilde{\delta})\}=0 \quad (17)$$

1階の条件に包絡面の定理を適用して若干の計算を行うと，防災投資と消費の間に以下の関係を得る．

$$\dot{c}=-\frac{u'(c)}{u''(c)}\{A-\Omega(\delta)+\frac{\Omega'(\delta)}{\Omega(\delta)}\dot{\delta}\} \quad (18)$$

$$\dot{\delta}=-\frac{\Omega'(\delta)}{\Omega''(\delta)}\{A+\frac{\Omega'(\delta)}{A\Omega(\delta)}\dot{c}\} \quad (19)$$

これらは$\delta>\tilde{\delta}$のとき，消費の成長と防災投資には負の相関があることを示している．すなわち，防災施設が社会にある程度整備されたとき，更に防災投資を行うためには消費の成長を犠牲にしなければならない．

4. 数値計算事例

$u(c)=\log(c+1), R(\delta)=10/\delta$，また，$\rho=0.04, A=0.2, \mu=0.1$として数値計算を行った．**図-2**は生産資本ストックと防災資本ストックの関係を表したものである．防災資本ストックは経済成長の過程とともに増加する．しかし，防災資本ストック水準が上昇するに従って防災投資は減速する．経済の成長に伴って両資本ストックの比(δ/k)は小さくなる．本事例で仮定した関数形の下では，経済成長の初期の段階において集中的に防災投資が行われなければならないという結果を得た．

5. おわりに

本研究では災害リスクに直面した社会における経済成長モデルを定式化した．また時間軸上の生産資本と防災投資の間の配分行動に関する一例を示した．