

京都大学大学院工学研究科 学生員 ○酒井 拓磨
 京都大学大学院工学研究科 正会員 小林 俊一
 京都大学大学院工学研究科 フェロー 田村 武

1. はじめに

本研究では擁壁矢板の安定問題を取り上げ、矢板上部をタイロッドで補強した場合の補強効果について、極限解析法による定量的な検討を行なう。極限解析法では、上界法、下界法によって対象とする問題の正解の範囲が明らかとなるので、解の性質がわかり易く、理論的にも明解であるという利点を有する。

2. 極限解析の概要^{1), 2), 3)}

材料特性として降伏関数の凸性と関連流れ則を仮定することで、次の上界定理及び下界定理が証明される。ここで、釣合系を満足し、降伏条件を破らない応力場 σ_{ij} を「静的許容な応力場」、また、適合系を満たし、しかも関連流れ則を満足するひずみ速度場 $\dot{\epsilon}_{ij}$ を「運動学的許容な速度場」と定義する。

● 上界定理…外力との仕事率が正となるような運動学的許容な速度場の内部塑性仕事率 $\dot{W}_{int}$ は正解応力場と試行速度場による外部塑性仕事率 $\dot{W}_{ext}$ を下まわらない。すなわち次式のようになる

$$\dot{W}_{int} \geq \dot{W}_{ext} \quad (1)$$

● 下界定理…荷重係数 $\bar{\rho}$ となる静的許容な応力場が見出されたとすると、この時の荷重係数 $\bar{\rho}$ は正解の荷重係数 ρ^* を上回ることはないため次式で表される。

$$\bar{\rho} \leq \rho^* \quad (2)$$

3. 解析手法

● 対象とする問題のモデル化

対象とする矢板式擁壁の概略図を図 1 に示す。ここで極限解析を行うにあたってこの問題のモデル化を行なう。まず、背面地盤は $c, \phi = 0$ 材料とし、矢板の曲げ強度を M_y 、タイロッドの引張強度を T とする。また矢板及びタイロッドはそれぞれ、曲げ変形、引張変形のみを考慮する。さらに、基盤層は十分に大きな強度を有する剛体とする。

● 上界法による解析

想定する試行速度場を図 2 から図 4 に示す。それぞれの崩壊機構について、内部消散率 $\dot{W}_{int}$ と外部塑性仕事率 $\dot{W}_{ext}$ を求めて (1) 式に代入した。ここで (1) 式の等号条件が成り立つとするとその時の擁壁限界高さ H_{cr} はその崩壊モードにおける一つの上界値となる。さらにパラメーター $\tan \alpha$ について最小化すると、各モードの無次元解曲面は以下となる。

モード 1 の無次元解曲面

$$\frac{1}{6}h^3 - h^2 - nh - m = 0 \quad (3)$$

モード 2 の無次元解曲面

$$\frac{1}{6}t(2-t)h^3 - t(3-2t)h^2 - \frac{2-t}{1-t}m = 0 \quad (4)$$

モード 3 の無次元解曲面

$$\frac{1}{6}t(t^2 - 3t + 3)h^3 - t(2-t)h^2 - tnh - 2m = 0 \quad (5)$$

ここで用いた無次元量は以下のように定義する。

$$l = \frac{c}{\rho g} \quad \text{無次元長さ} \quad h = \frac{H}{l} \quad \text{無次元擁壁高さ}$$

$$m = \frac{M_y}{cl^2} \quad \text{無次元モーメント} \quad n = \frac{T}{cl} \quad \text{無次元引張強度}$$

● 下界法による解析

下界法を考える上でのスケッチを図 5 に示す。本問題の静的な応力場とは、釣合系でしかも背面地盤が全領域で降伏条件を破らず、矢板の曲げモーメントが塑性モーメントを越えないような応力場であることを考慮して解く。

矢板の腹に塑性ヒンジが発生しない条件と矢板の根入れ部に塑性ヒンジが発生しない条件はそれぞれ以下となる。

$$m_p \geq \frac{4}{3\sqrt{2}}n^{\frac{3}{2}} + 2n \quad (6)$$

$$m_p \geq \frac{1}{6}h_2^3 - h_2^2 + (2-n)h_2 - \frac{4}{3} \quad (7)$$

ここで、 $h_2 = \frac{H_2}{l}$ と定義する。

4. 解析結果

上界法によって得られた全てのモードの解曲面に対し、無次元曲げモーメント m と無次元引張強度 n に対する、無次元限界高さ h と破壊モードを図 6 に示す。また下界法によって得られた (6) 式と (7) 式についても、無次元曲げモーメント m と無次元引張強度 n に対する無次元限界高さ h を図 7 に示す。

また上界法と下界法による正解を、無次元引張強度 $n = 0, 10, 20$ の場合に対して挟み撃ちしたものを図 8 に示す。この図より、挟み撃ちして得られた正解の範囲は高々 20% 程度の誤差で評価できており工学的には有用であると考ええる。従って本解析法により、擁壁矢板問題を評価することは妥当であると考ええる。

5. 本研究のまとめ

- 本研究では単純な崩壊モード（許容速度場）と許容応力場を仮定した解析を行ったが、正解の範囲の誤差は高々20%程度であった。また、解析は簡単な代数計算で行なえるため、解析コスト、時間の面で有利である。
- 今後はタイロッドの設置位置による擁壁矢板の補強効果を系統的に調査し、実構造物の塑性最適設計への応用を図りたい。

参考文献

1) 小林 俊一：サマースクールテキスト（物理数学的に見た土質力学）第二章「支持力・安定問題」、(社)地盤工学会、2000

2) 田村 武：数値解析法総論，土質工学会関西支部講習会テキスト，1986.

3) 田村 武：剛塑性有限要素法の基礎と適用，土質工学会関西支部講習会テキスト，1986.

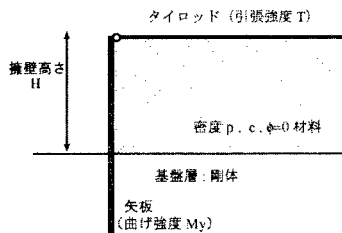


図 1：対象とする矢板擁壁安定問題

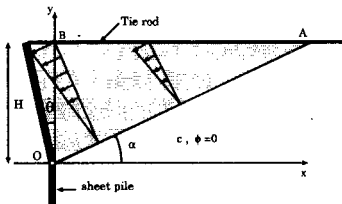


図 2：モード 1

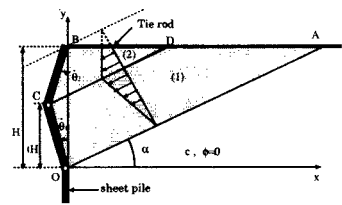


図 3：モード 2

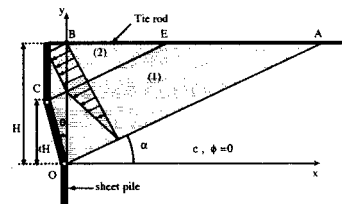


図 4：モード 3

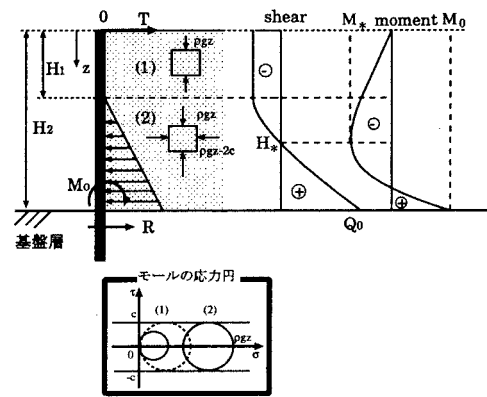


図 5：下界法を考える上でのスケッチ

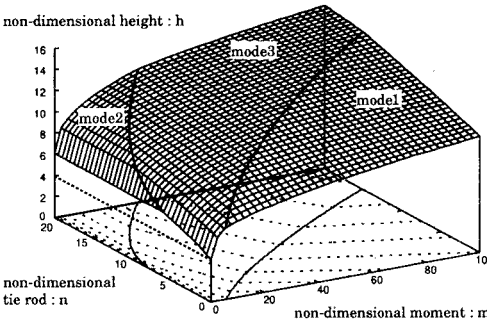


図 6：上界法による解析結果

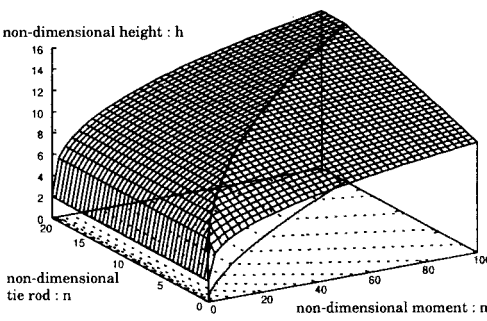


図 7：下界法による解析結果

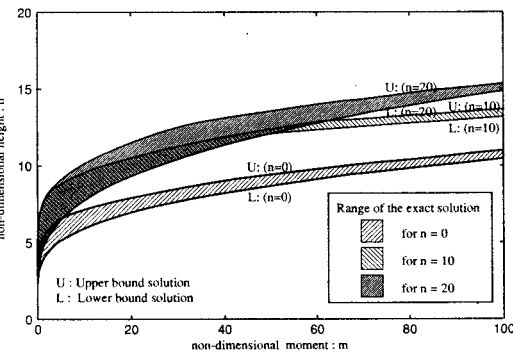


図 8：上界法と下界法による正解の挟み撃ち