

京都大学大学院工学研究科 正会員 田村 武  
 京都大学工学部地球工学科 学生員 ○和田 直樹

### 1. はじめに

地表面から比較的近い位置に被りの浅いトンネルを掘削する際に、施工時の地表面沈下を精度良く予測することが不可欠となっている。そこで、本研究ではトンネル掘削にともなう地表面沈下問題に対して二次元弾性有限要素解析を行う際に、ある精度で地表面沈下を予測するためには、解析領域をどのくらいまでとらなければいけないのかという領域設定<sup>1)</sup>について検討を行う。

### 2. 解析手法と各種設定

解析においては図 1 に示すような弾性体の地盤モデルを用い、これに対して二次元平面ひずみ状態を仮定し、有限要素法<sup>2)</sup>を適用して各点の変位を求める。初期の状態は図 1 に示す応力をトンネル内側にかけておき、その応力を解放したときの変位を計算する。また、計算の際は図 1 の地盤モデルをトンネル中心線で等分したものをを用いる。要素分割と解析領域は図 2 に示すとおりである。

### 3. 解析結果

#### (1) トンネル付近の変位と応力

図 2 の右図におけるもっとも小さな領域を用いて解析を行った場合と、もっとも大きな領域を用いて解析を行った場合のトンネル付近の変位と主応力を表したのが図 3 である。主応力分布図において太線は圧縮応力、細線は引張応力を表している。図 3 を見ると、変位のモードと主応力の分布はほぼ同じであるが、大きな領域を用いた結果は小さな領域を用いた結果を上を持ち上げたようなものになっている。

#### (2) 解析領域と鉛直変位

次に、解析領域を徐々に大きくしていったときのトンネル中心線上の地表面、トンネル天端、トンネルインバートにおける変位の挙動を調べたところ図 4 に示す結果となった。ここで、横軸は領域深さ  $Z$  をトンネルの一辺  $D$  で無次元化し対数でとったもの、縦軸は鉛直変位  $v$  を地盤の単位体積重量  $\gamma$ 、トンネルの断面積  $D^2$ 、ヤング率  $E_0$  で無次元化したものである。図 4 より、 $E = E_0$  の均質な地盤では解析領域を大きくするにつれて 3 点における変位はすべて上昇に遷移するということがわかる。

#### (3) 一次元問題からの類推

なぜ図 4 のような結果が出るのか、図 5 に示すような簡単な一次元問題を例に挙げて考察してみる。ここで、問題の解決のためにヤング率が深さとともに増加するという仮定のもとで考えてみる。ヤング率を、

$$E = E_0 \left( 1 + \alpha \frac{z}{S} \right) \quad (1)$$

のように与える。ここで、 $E_0$  は上端でのヤング率、 $\alpha$  は任意の正の定数、 $S$  は適当な代表長さである。このヤング率のもとで上端での変位  $v(0)$  を求めると、

$$\begin{aligned} v(0) &= \frac{P}{E_0 A} \int_0^l \frac{dz}{1 + \alpha \frac{z}{S}} \\ &= \frac{P}{E_0 A} \frac{\alpha}{S} \ln \left( 1 + \alpha \frac{l}{S} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

となり、棒の長さを無限大にすると  $v(0)$  は発散してしまうので、このヤング率の式では解をもたないことになる。よって、 $v(0)$  が収束する一つの条件として、以下に示す式が考えられる。

$$E = E_0 \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{z}{S} \right)^\beta \right\} \quad (\beta > 1) \quad (3)$$

#### (4) 二次元問題への拡張

一次元問題における変位の収束条件の一つが式 (3) で表せることがわかった。そこで、この条件式が二次元問題にも適用できるのか調べるために、以下に示すヤング率の式で同様の解析を行ったところ、式 (4) のみが収束しないという結果となった。

$$E = E_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{z}{D} \right\} \quad (4)$$

$$E = E_0 \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{z}{D} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

$$E = E_0 \left\{ 1 + \frac{1}{16} \left( \frac{z}{D} \right)^2 \right\} \quad (6)$$

$$E = E_0 \left\{ 1 + 0.416 \left( \frac{z}{D} \right)^{1.1} \right\} \quad (7)$$

$$E = E_0 \left\{ 1 + 0.218 \left( \frac{z}{D} \right)^{1.1} \right\} \quad (8)$$

#### (5) ヤング率の分布と地表面沈下量

二次元問題においても変位の収束条件が式 (3) で表されることがわかった。そこで、式 (3) における  $\alpha$ 、 $\beta$  の値によって、地表面の最終沈下量を 80% の精度で

予測できる解析領域がどのように変化するのか調べた。地表面の最終沈下量とは解析領域の深さを無限大にしたときの地表面の沈下量を表しているが、ここでは  $Z/D = 200$  のときの地表面沈下量を最終沈下量としている。  $\beta = 1.1, 1.5, 2.0, 3.0$  のそれぞれの場合について、  $\alpha$  の値と 80% の精度で沈下予測ができる解析領域の深さとの関係を表したのが図 6 である。図 6 から  $Z/D = 3.0, 4.0, 5.0$  を解析領域の深さにする  $\alpha, \beta$  の値を比較すると、解析領域が小さいと  $\beta$  の値をある程度大きくしなければ沈下予測の精度は上がらないが、  $\alpha$  の値をある程度大きくとれば  $\beta$  の値をそれほど大きくしなくても小さな解析領域で精度良く沈下予測ができるということがわかる。

#### 4. まとめ

$E = E_0$  といった均質な弾性地盤を仮定し、二次元有限要素法を用いて解析を行うと、変位は対数オーダーで発散するという結果となる。そこで、式 (3) で表されるヤング率を用いたところ、変位は収束することがわかった。また、式 (3) において  $\alpha, \beta$  に様々な値を入れて地表面の沈下予測を行ったところ、ヤング率の増加が深さに対して早いほど沈下予測の精度は高くなるという結果となった。

今後の課題としては、深さによってヤング率の分布が変化するような場合についても同様の解析を行ってみることや、境界要素法を用いた解析や、弾塑性解析を行ってみたいことが考えられる。

#### 参考文献

- 1) Tmura, T. and Adachi, T. : Adequate Domain Allocation of Finite Element Method , *The Fourteenth KKNN Symposium on Civil Engineering* , pp475-478 , 2001
- 2) 矢川元基・吉村忍 : 有限要素法 , 培風館 , 1991

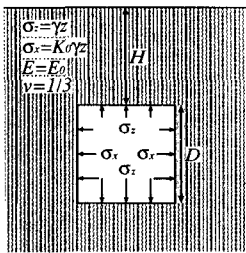


図 1 : 地盤モデル

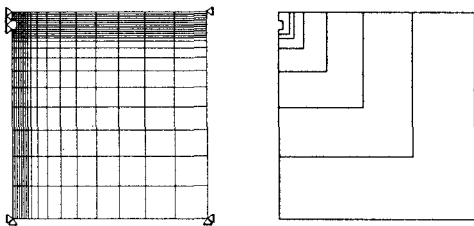
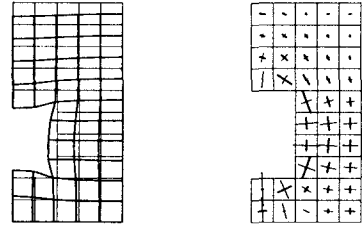
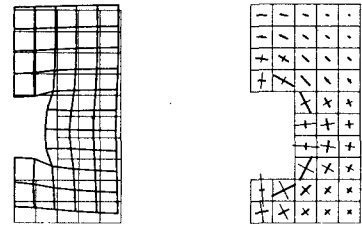


図 2 : 要素分割と解析領域



もっとも小さな領域の場合



もっとも大きな領域の場合

図 3 : トンネル付近の変位と主応力

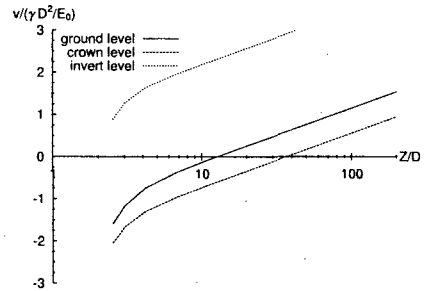


図 4 : 領域深さと変位 ( $E = E_0$ )

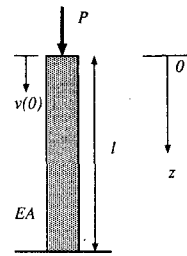


図 5 : 一次元問題

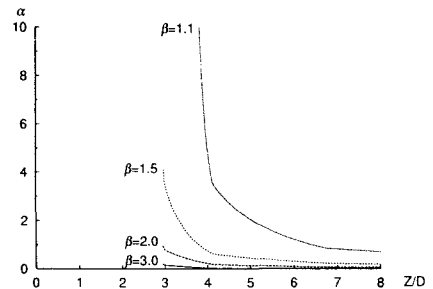


図 6 : ヤング率と解析領域