

京都大学工学部 学生会員 ○大西 正光

京都大学大学院 学生会員 織田澤 利守

京都大学大学院 正会員 小林 潔司

1. はじめに

PFIとは、公共サービスの提供を民間事業者が主導となって行う政策手法である。公共事業は外部経済便益が大きいという性格を持ち、利用者の料金徴収だけではコストを回収することができない場合も多い。このとき、公共主体が補助金を支払い、かつValue for Moneyの向上も達成されることによって、民間事業者が公共事業への参入を自発的に促し、PFIとして成立させることは可能である。また、公共事業でも特に公益性が強い場合、債務不履行による事業破綻の損害は甚大である。本研究では、このリスクを避けるべく行われる債務保証の一部を公共主体が無償で負担することにより、事業参入のインセンティブを与える方策をオプション理論を用いて説明する。

2. 債務保証モデル

(1) モデルの前提条件

PFIはプロジェクトファイナンスという金融手法に基づいた政策である。プロジェクトファイナンスでは、プロジェクト企業が施設建設のために資金を投入し、長期にわたる運営期間にその資金をサービスに対する対価によって回収を行うものである。

プロジェクトの建設費用は、建設開始時点において全額必要であるとし、銀行などの金融機関や投資家から借り入れるとする。返済は、施設完成以降の運営期間において毎年一定金額ずつ行われる。この返済は、その年度のみのキャッシュフローから拠出されるものと仮定する。期間中の金利を一定の r とし、プロジェクトの総費用を A 、毎年の等額返済額を C とすると、総返済額の現在価値は総費用と等しくなければならないので $A = \sum_{i=T_1+1}^T C/(1+r)^i$ をみたす。

将来のキャッシュフローを予測することは、株価を予測するのと同様に、確率の範疇でしか予測できない。将来の時点 t において予想する第 i 期間のキャッシュフローを $x_i(t)$ とおく。ただし $i=0, \dots, T$ とし、 $i=0$ をプロジェクト開始時点、 $i=T$ を終了時点とする。また T_1 までを建設期間とし、運営期間 T_1+1 から T の間にキャッシュフローが生まれ投資を回収するものとする。時刻 t における第 i 期間のキャッシュフローの予想 $x_i(t)$ を

$$\frac{dx_i(t)}{x_i(t)} = \mu_i(t)dt + \sigma_i(t)dw(t) \quad (1)$$

と仮定する。ここで、第 i 期間のキャッシュフロー $x_i(t)$

は時刻 t がゼロから i まで存在する確率過程であり、時刻 i にその実現値が観測される。 $\mu_i(t)$ は予想できる時間的变化率を表すパラメータ、 $\sigma_i(t)$ は予測不可能な確率変動幅を表すパラメータである。確率微分方程式の初期値は、各 i 期間の収益に対して $x_i(0) = X_i$ であるとする。ただし、 X_i はプロジェクト開始時点において予想したキャッシュフローであり、時間が経過すると式(1)に従って変化する。キャッシュフロー $x_i(i)$ は第 i 期間の実現値として考えることができる。

(2) 債務保証費用と保証されたプロジェクトの価値

以上の設定から、各年度のプロジェクト企業の利潤は、 $x_i(i) - C$ で定義される。毎年度の返済は、その年度のキャッシュフローのみから拠出されるとする。このとき、ある年度においてキャッシュフローが返済額を下回ってしまった場合、その年度は、返済不能になり債務保証の契約を結んでいる金融機関が不足額 $C - x_i(i)$ を補うことになる。従って、各年度において返済額 C を保証するために必要な費用は $\max(C - x_i(i), 0)$ となる。これは、ヨーロッパ型プットオプションと同じ構造をもつ。建設期間後からプロジェクト終了までの間のすべての期間で返済保証するとき、その総額の現在価値をプロジェクトの保証返済費用とできる。保証費用額を H とすると、ブラック・ショールズのオプション価格付け公式を用いて

$$H = \sum_{i=T_1+1}^T E^* \left[\frac{\max(C - x_i(i), 0)}{(1+r)^i} \right] \\ = \sum_{i=T_1+1}^T \left[\frac{C}{(1+r)^i} N(-h + \sigma_i \sqrt{i}) - X_i N(-h) \right] \quad (2)$$

となる。ただし、 $E^*[\cdot]$ はリスク中立確率のもとでの期待値である。また、

$$h = \frac{\log(X_0/C) + (r + \sigma_i^2/2)T}{\sigma_i \sqrt{T}} \\ N(h) = \int_{-\infty}^h \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2) dx$$

一方、金融機関がプロジェクト企業の返済 C を全ての期間で保証したときのプロジェクトの評価価値について考える。プロジェクト企業は、キャッシュフローが返済額 C を上回った年度には、その差額を得るが、下回った場合はゼロである。これは、ヨーロッパ型コールオプションと同じ構造をもつ。よって、債務保証が行われたプロジェクト自体の資産価値 J は

$$J = \sum_{i=T_1+1}^T E^* \left[\frac{\max(x_i(i) - C, 0)}{(1+r)^i} \right]$$

$$= \sum_{i=T_1+1}^T \left[X_i N(h) - \frac{C}{(1+r)^i} N(h - \sigma_i \sqrt{i}) \right] \quad (3)$$

と表現することができる。

3. 債務保証による公的支援モデル

(1) 公的支援のスキーム

公的支援の最大の目的は、民間事業者が事業に参入するインセンティブを与えることである。ここでいう公的支援は、単なる補助金という性格ではなく、キャッシュフローだけでは反映されない外部経済便益への対価として公共主体が支払うという解釈をするべきである。従って、分析を行うに当たって、金銭的な公的支援がない場合の収支は、赤字になるようなプロジェクトをジョイントベンチャー型PFIで行うことを想定する。

公共主体が金銭的な公的支援として行う債務保証のスキームを決定する。本研究では公共主体はある年度の赤字額（返済額－キャッシュフロー）がある一定の額 D を越えた場合に無償で、この超えた額を負担するというスキームを仮定する。公共主体はPFI事業の公示の際、サービスに対する料金とこの債務保証のスキームを公表し、競争入札によって民間事業者の選定を行う。入札における判断基準を公共が債務保証を行うある一定の赤字額 D とし、最小の D を入札した民間事業者が事業を行う権利を得る。

選定された民間事業者は、プロジェクト企業を設立し、公共主体による債務保証によってカバーしきれない部分の返済保証は、金融機関に保証費用をプロジェクト実施以前に支払うことによって行われるものとする。

(2) 公的支援の範囲の決定

公共主体がプロジェクト企業のある一定の赤字額 D 以上については無償で負担するとき、プロジェクト企業にとってのプロジェクトの評価価値 V は

$$\begin{aligned} V &= E^* \left[\sum_{i=T_1+1}^T \frac{\max(x_i(i) - (C - D), 0) - D}{(1+r)^i} \right] \\ &= J - \sum_{i=T_1+1}^T \frac{D}{(1+r)^i} N(-h + \sigma_i \sqrt{i}) \end{aligned} \quad (4)$$

完全競争の状態で入札が行われれば、プロジェクト企業はプロジェクト期間中の利潤がゼロ、つまり $V = 0$ になるような水準で D^* が決定する。よって

$$J - \sum_{i=T_1+1}^T \frac{D^*}{(1+r)^i} N(-h + \sigma_i \sqrt{i}) = 0 \quad (5)$$

D^* はボラティリティ σ_i 、金利 r 、初期値 X_i に依存していることが分かる。一方、公共主体が負担する金銭的支援としての債務保証の期待負担額はリスク中立確率のもとにおいて、

$$R = \sum_{i=T_1+1}^T \left[\frac{E^*[\max((C - D^*) - x_i(i), 0)]}{(1+r)^i} \right]$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=T_1+1}^T \left[\frac{C - D^*}{(1+r)^i} N(-h + \sigma_i \sqrt{i}) - X_i N(-h) \right] \\ &= H - J \end{aligned} \quad (6)$$

モデルの前提条件から、プロジェクト実施以前の評価価値は建設費用を下回っている。民間事業者にプロジェクトへの参入の誘因を与えるには、この建設費用を補うだけの補助金を支払う必要がある。公的支援としての債務保証の範囲はボラティリティに示されるキャッシュフローの不確実性に依存する。

4. 数値計算による分析

式(5)を用いて、ボラティリティ σ_i と D^* の関係を分析する。建設総費用はリスクがなく一定であると仮定し $A = 100$ とする。その他の額は、総建設費用との相対値として表すことにする。建設期間 $T_1 = 10$ 年、プロジェクト期間 $T = 30$ 年で、キャッシュフローは11年目から発生する。金利 $r = 0.01$ 、毎年度キャッシュフローの確率過程初期値 $X_i = 4$ とする。

計算の結果、 D^* はボラティリティ σ_i に関して増加関数であることがわかる（図）。つまりキャッシュフローに関する不確実性が大きいほど、プロジェクト企業はより高い水準の赤字額まで負担しなければならない。この理由は次のように考えられる。予測不可能な変動幅が大きいとき、キャッシュフローが返済額を上回る確率が大きくなり、保証されたプロジェクトの価値 J は増加する。式(5)によると、民間事業者が自ら負担する債務保証費用も大きくなり、つまり負担する最大赤字額の水準が高くなることにほかならない。逆に、ボラティリティが小さいときは、キャッシュフローが返済額を上回る可能性が小さくなり、民間事業者自ら負担する債務保証費用は減少し、 D^* は減少する。

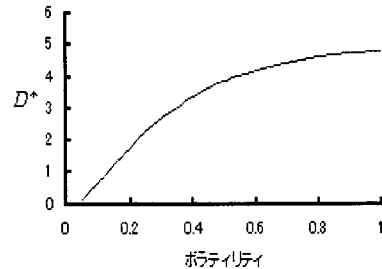


図 ボラティリティ－ D^* の関係

5. おわりに

本研究では、公共主体が債務保証の一部を負担することによって、民間事業者がPFI事業に参入するインセンティブを与えるスキームが合理的に可能であることをオプション理論を用いて説明した。