

第II部門 乱流場における Basset 項を考慮した固体粒子運動の数値解析

京都大学大学院 正会員 牛島 省
 京都大学大学院 フェロー 棚津 家久
 京都大学工学部 学生員 ○奥山 洋平

1. はじめに

非定常流中の球形粒子の運動を表現する基礎方程式として BBO(Basset-Boussinesq-Oseen) 方程式が提案されている。既往研究においても BBO 方程式を利用した土砂粒子の運動特性の解析などが行われているが、Basset 項を正確に扱った例はほとんどない。そこで本研究では、村岡ら¹⁾により提案された計算手法を援用して、Basset 項を含む BBO 方程式の離散化モデルを考案する。そして、Pao²⁾のスペクトルモデルから求めた流速変動の時系列を、離散化モデルに導入して粒子速度をシュミレートし、粒子速度変動の時系列や乱れ強度などの観点から乱流場における粒子の応答特性を考察する。

2. BBO 方程式の数値解法

無次元化された BBO 方程式は次式となる(重力の影響は無視)。

$$\kappa \frac{dV_p}{dT} = \frac{dV_f}{dT} + \frac{1}{2} \frac{dV_R}{dT} + \frac{9}{2} V_R + \frac{9}{2\sqrt{\pi}} \int_0^T \left(\frac{dV_R}{dT} \right)_{T=s} \frac{ds}{\sqrt{T-s}} \quad (1)$$

ここで、 κ : 流体と球形微粒子の密度比 $= \rho_p / \rho_f$, V : 無次元速度, V_R : 無次元相対速度 $= V_f - V_p$, T : 無次元時間である。なお、添字は f が流体, p が粒子を表す。村岡ら¹⁾に従って、(1) 式の右辺第 4 項 (Basset 項) を次のように変形する。

$$\frac{9}{2\sqrt{\pi}} \int_0^T \left(\frac{dV_R}{dT} \right)_{T=s} \frac{ds}{\sqrt{T-s}} \cong \frac{9\sqrt{\delta T}}{2\sqrt{\pi}} \left(\sum_{k=1}^{n-2} \frac{\dot{V}_{R(k)}}{\sqrt{n-k}} + \frac{\dot{V}_{R(0)}}{2\sqrt{n}} + \frac{5}{2} \dot{V}_{R(n-1)} + \delta T \ddot{V}_{R(n-1)} \right) \quad (2)$$

ただし、 $T_{(n)} = n\delta T$ (δT は離散化による時間間隔) である。さらに速度の時間微分を以下のように離散化する。

$$\frac{dV_p}{dT} = \frac{V_{p(n+1)} - V_{p(n)}}{\delta T}, \quad \frac{dV_f}{dT} = \frac{V_{f(n)} - V_{f(n-1)}}{\delta T} \quad (3)$$

これらを用いて、相対速度の微分量は以下のように表される。

$$\dot{V}_{R(n-1)} = \dot{V}_{f(n-1)} - \dot{V}_{p(n-1)} = \frac{V_{f(n)} - V_{f(n-1)}}{\delta T} - \frac{V_{p(n)} - V_{p(n-1)}}{\delta T} = \frac{V_{R(n)} - V_{R(n-1)}}{\delta T} \quad (4)$$

$$\ddot{V}_{R(n-1)} = \ddot{V}_{f(n-1)} - \ddot{V}_{p(n-1)} = \frac{V_{f(n)} - 2V_{f(n-1)} + V_{f(n-2)}}{\delta T^2} - \frac{V_{p(n)} - 2V_{p(n-1)} + V_{p(n-2)}}{\delta T^2} \quad (5)$$

以上の結果から、離散化された BBO 方程式は次式となる。

$$V_{p(n+1)} = V_{p(n)} + \frac{\delta T}{\kappa} \left\{ \frac{V_{f(n)} - V_{f(n-1)}}{\delta T} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{R(n)} - V_{R(n-1)}}{\delta T} + \frac{9}{2} V_{R(n)} + \frac{9}{2\sqrt{\pi\delta T}} \left(\sum_{k=1}^{n-2} \frac{V_{R(k+1)} - V_{R(k)}}{\sqrt{n-k}} + \frac{V_{R(1)} - V_{R(0)}}{2\sqrt{n}} + V_{R(n-2)} - \frac{9}{2} V_{R(n-1)} + \frac{7}{2} V_{R(n)} \right) \right\} \quad (6)$$

BBO 方程式を (6) 式のように表すことにより、数値的に解くことができる。よって、(6) 式が非定常流での粒子の低レイノルズ領域での運動方程式の離散化モデルとなる。

3. 乱れを含む流体変動に対する粒子運動の応答特性

Pao のスペクトルモデルから得たパワースペクトルを Fourier 逆変換することにより、流速変動の時系列を求めた。なお、Fourier 逆変換を行う際には、位相角に一樣乱数を用いた。この流速変動の時系列を、(6) 式の

Satoru USHIJIMA, Iehisa NEZU, Yohei OKUYAMA

V_f として、粒子速度 V_p を計算し、粒子の応答を求めた。解析条件として、粒子の粒径は $1.0 \exp(-3)$ とし、粒子と流体の比重に関して $\kappa = 1.0, 2.5, 5.0$ の3条件を設定した。また、粒子速度 V_p から粒子速度の乱れ強度を求めた。

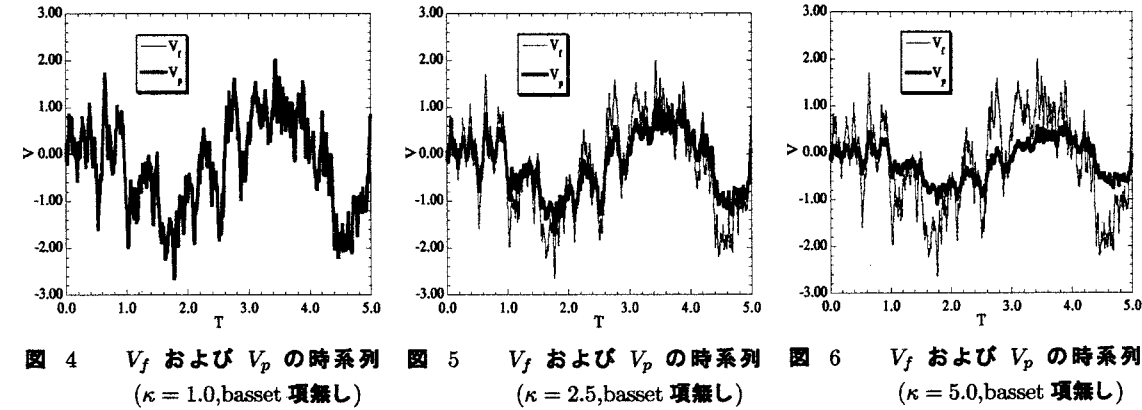
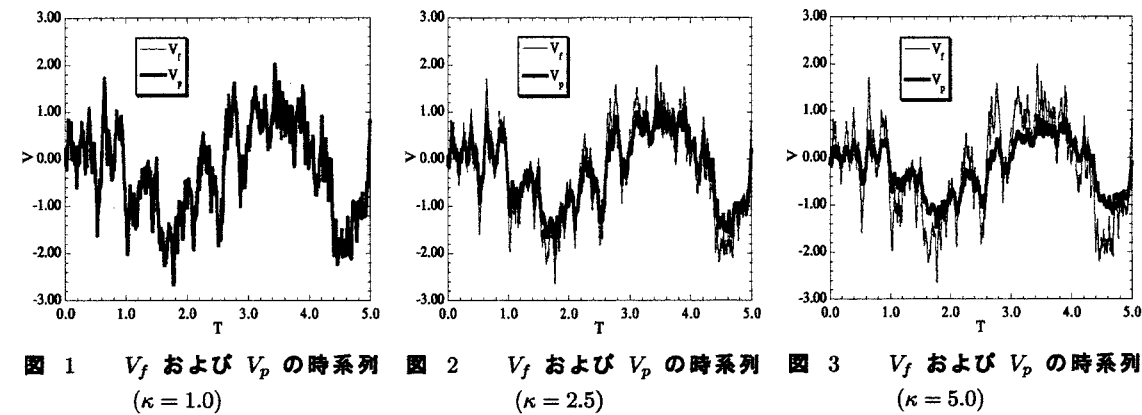


図 1～3 は V_f および V_p の時系列を表す。これらの結果から密度比 κ が大きい程粒子の追従性が低下することが確認できる。図 7 は粒子速度の乱れ強度であるが、これらの結果から κ が増加するとともに粒子速度の乱れ強度も減少している。以上より乱流場における粒子運動特性として κ が大きいほど粒子の追従性は低下することが明らかになった。

次に図 4～6 は Basset 項を除いて、それぞれ図 1～3 と同条件の計算を行った結果を示すものである。両者を比較すると、Basset 項のある方が流体速度変動に対する追従性がよい。また図 7 から κ が大きいほど Basset 項の有無の影響が大きくなることがわかる。

4. おわりに

Basset 項を含めた BBO 方程式の数値解析結果から、乱流場における粒子運動特性として流体に対する比重が大きい程、粒子の追従性は低下することが示された。特に、流速変動の大きい流れ、 κ が大きい場合は basset 項の考慮が必要である。

参考文献

- 1) 村岡正宏, 熊谷輝雄. トレーサ微粒子の非定常流への追従性に関する研究. 日本機械学会論文集, Vol. 59, No. 559, pp. 49–56, 1993.
- 2) Pao, Y.H. Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wave numbers. *The Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 6, pp. 1063–1075, 1965.

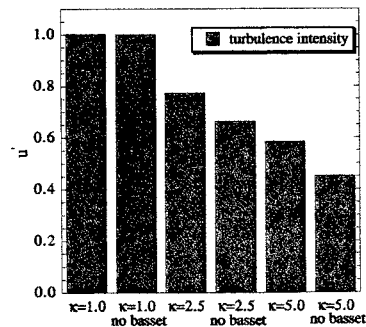


図 7 粒子速度の乱れ強度