

1. はじめに

地震動は非定常な時系列信号であり、その周波数特性は時間とともに変化する。最近耐震設計において重要性が言われている構造物の非線形動的解析では、地震動の周波数特性の時間的変化が大きく影響するため、周波数特性の時間的変化を考慮した入力地震動が不可欠となる。本研究では、時間周波数特性を考慮した波形合成法の1つとして、Wigner分布¹⁾から時刻歴波形を合成する方法を提案する。

Wigner分布は、地震動や音・振動のような時系列信号の時間周波数特性を調べる手法の1つである。Wigner分布は、解像度が高い、周辺条件も満たす、等の好ましい特性を有するが、一般には逆変換ができないという性質も有する。本研究では、ウェーブレットを用いることにより、Wigner分布により規定される時間周波数特性を有する時刻歴波形を合成する手法を提案する。

2. Wigner 分布

時系列信号 $s(t)$ の Wigner 分布 $W(t, \omega)$ は、次式で与えられる¹⁾。

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int s^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\omega\tau} d\tau \dots\dots\dots (1)$$

ここで、*は複素共役を表す。Wigner分布はエネルギー分布に相当し、時間 t - 周波数 ω における信号のエネルギーを表す。したがって、高い解像度で信号の時間周波数特性を調べることができ、局所的な成分であっても検出が可能となる。

一方で Wigner 分布は、逆変換の利用には難しい面をもつ。ある時系列信号から Wigner 分布が生成するとき、その Wigner 分布を元の時系列信号に逆変換することは可能である。このとき、その Wigner 分布は表現可能な Wigner 分布と呼ばれる。しかし、任意の Wigner 分布が表現可能な Wigner 分布であるとは限らず、したがって時系列信号に逆変換可能であるとは限らない。また、Wigner 分布は干渉項と呼ばれる付加的な値をもつため、表現可能な Wigner 分布になるように時間周波数特性を規定することは、ほぼ不可能である。

3. Wigner 分布からの波形合成法

ウェーブレットを用いて Wigner 分布を表現可能な Wigner 分布に近似することで、任意の Wigner 分布から波形を合成する手法について述べる。このとき、用いるウェーブレットは正規直交性を有するものとする。

時系列信号 $s(t)$ をウェーブレット変換²⁾すると、以下のように表される。

$$s(t) = \sum_{j,k} \alpha_{jk} \psi_{jk}(t) \quad j, k \in Z \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 α_{jk} はウェーブレット係数と呼ばれる係数であり、 $\psi_{jk}(t)$ はウェーブレットと呼ばれる関数である。なお本研究では、Meyer のウェーブレット¹⁾を用いた。

2つのウェーブレット $\psi_{jk}(t)$ と $\psi_{lm}(t)$ の Cross-Wigner 分布¹⁾ $W_{jk,lm}(t, \omega)$ は、以下のように表される。

$$W_{jk,lm}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int \psi_{jk}^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \psi_{lm} \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\omega\tau} d\tau \dots\dots\dots (3)$$

なお、ここでは $(j, k) = (l, m)$ の場合も Cross-Wigner 分布と呼ぶ。いま、Wigner 分布の内積を

$$\langle W_1(t, \omega), W_2(t, \omega) \rangle = 2\pi \int \int W_1(t, \omega) W_2^*(t, \omega) dt d\omega \dots\dots\dots (4)$$

と、時間領域と周波数領域の両者において積分することにより定義する。このとき、2つのウェーブレットの Cross-Wigner 分布 $W_{j_1 k_1, l_1 m_1}(t, \omega)$ と $W_{j_2 k_2, l_2 m_2}(t, \omega)$ の内積をとると、Moyal の公式³⁾より次式が成り立つ。

$$\langle W_{j_1 k_1, l_1 m_1}(t, \omega), W_{j_2 k_2, l_2 m_2}(t, \omega) \rangle = \delta_{j_1, j_2} \delta_{k_1, k_2} \delta_{l_1, l_2} \delta_{m_1, m_2} \dots\dots\dots (5)$$

つまり、ウェーブレットの Cross-Wigner 分布の正規直交性が言える。

したがって、

$$W_p(t, \omega) = A_{jk,lm} W_{jk,lm} \quad (6)$$

として、Wigner 分布 $W(t, \omega)$ の、ウェーブレットの Cross-Wigner 分布を基底にもつ空間への射影 $W_p(t, \omega)$ を考えることができる。 $W(t, \omega)$ が表現可能な Wigner 分布であるとき、 $A_{jk,lm}$ とウェーブレット係数 α_{jk} と α_{lm} について、次のような関係が成り立つ。

$$A_{jk,lm} = \alpha_{jk} \alpha_{lm} \quad (7)$$

この関係を用いて、Wigner 分布からウェーブレット係数が求められる。ただし、 $W(t, \omega)$ が表現可能な Wigner 分布でないとき、 $A_{jk,lm}$ を近似してウェーブレット係数を決定する。本研究では、絶対値が大きい $A_{jk,lm}$ を選出し、それらの値からウェーブレット係数を決定した。

式 (6)(7) から得られたウェーブレット係数を式 (2) に代入して、Wigner 分布から時系列信号が合成される。

4. 解析例

提案する手法を実地震動に適用した例を示す。この例では、実地震動を表面波と実体波に分離することを試みた。対象とする実地震動としては、関西地震観測研究協議会⁴⁾による、兵庫県南部地震で阿倍野において観測された記録(NS 成分)を用いる。以下の検討では、サンプリング 0.4[sec]、データ数 512 とし、ナイキスト周波数より高い周波数の成分をゼロとしたものを用いている。

地震動波形の Wigner 分布を計算した結果が、図-1 である。(i) の領域が実体波の Wigner 分布に、(ii) の領域が表面波の Wigner 分布に相当すると考えられる。地震動波形の Wigner 分布を (i) と (ii) に分割し、提案する手法を用いて各々の Wigner 分布から波形を合成した。その結果が図-2 である。(a) が実体波に相当する波形、(b) が表面波に相当する波形である。その 2 つを重ね合わせた波形と対象とする地震動波形をプロットしたのが (c) である。

提案する手法を用いて、図-1 の (i)(ii) のように規定した時間周波数特性を考慮した波形が合成された。特に実体波に相当する波形(図-2(a))を見ると、周波数特性の時間的变化がよく表現されていることが分かる。

5. おわりに

時間周波数特性を Wigner 分布を用いて規定し地震動を合成する手法を提案した。Wigner 分布をウェーブレットの Cross-Wigner 分布を基底にもつ空間に射影することで、時間-周波数平面では困難な表現可能な Wigner 分布への近似が容易となり、任意の Wigner 分布から時系列信号を合成することができることを示した。また、提案する手法を実地震動に適用し、その有効性を検証した。

参考文献

- 1) L. コーエン：時間一周波数解析，朝倉書店
- 2) 佐々木文夫・前田達哉・山田道夫：ウェーブレット変換を用いた時系列データの解析，構造工学論文集，Vol.38B,1992.
- 3) J.E.Moyal：Quantum Mechanics as a statistical theory, Proceedings of Cambridge Philosophical Society, Vol.45,pp.99-124,1979.
- 4) 関西地震観測研究協議会：関西地震観測研究協議会地震記録 CD-ROM

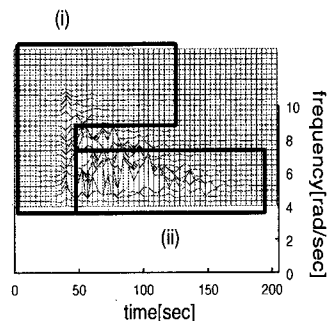


図-1 地震波形動の Wigner 分布とその分割

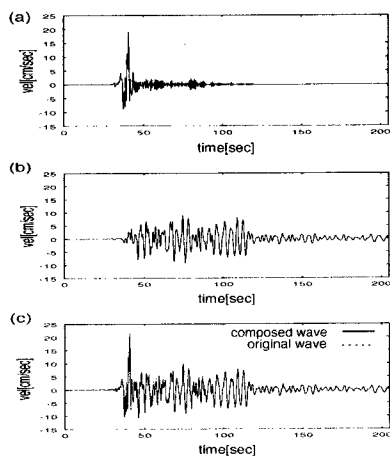


図-2 実体波に相当する波形と表面波に相当する波形