災害危険性が経済成長に及ぼす影響に関するモデル分析

京都大学大学院　学生員　○五十部 渉
京都大学防災研究所　正員　多々納 裕一　京都大学防災研究所　正員　岡田 憲夫

1. はじめに　本研究では，生産資本の被害を対象とした防災投資の効果について分析を行う．災害によって生産資本が損傷した場合，経済における生産水準が低下する．このような生産資本の被害は，失われた生産資本を回復することにより解消される．生産資本の復旧･復興には，長い年月が必要となる．従って，このような被害は長期にわたって残留することになる．防災投資を行えば，このような長期的に現れる災害の被害を軽減させることができる．本研究では，最適成長モデルを用いて，このような防災投資の効果に関する分析枠組みを提案する．

2. モデル化　本研究では生産資本の蓄積・復興過程を最適成長モデルにより表現する．すなわち，家計の生涯期待効用を最大化するような社会計画者を想定する．これは，以下のような最適制御問題として定式化される．

$$W(K_0) = \max_{\{x_t\}} \ \mathrm{E}\left[\int_0^\infty u(x_t)\exp(-\alpha t)\ dt\right] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } x_t \in \begin{cases} \dot{K}_t = f(K_t^+) - x_t - aK_t^+ \\ K_t^+ = \omega_t K_t,\ K_{t=0} = K_0 \\ \lim_{t\to\infty}\ K_t u'(x_t)\exp(-\alpha t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{,where } \omega_t = \begin{cases} \delta & (\text{if } t = T_1, T_2, \cdots) \\ 1 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3)$$

ここに，E は期待値操作を表す．$u(x_t)$ は家計の瞬間的効用関数であり，新古典派の仮定を満たすとする．$W(K_0)$ は，時刻 0 において生産資本 K_0 をもつときに達成可能な家計の生涯期待効用の最大値を表し，最適値関数と呼ばれる．生産関数 $f(K_t)$ は準凹な増加関数であり，稲田条件を満たすとする．x_t, I_t を一家計当たりの消費量，生産資本投資量とすれば，資源制約式 $f(K_t) = x_t + I_t$ が成り立つ．災害が発生しない場合，生産資本は投資量 $I_t = f(K_t) - x_t$ により増加する．ただし，生産資本は a の割合で減耗する．

また，T_1, T_2, $\cdots$ は，災害の到着時刻を表している．災害の発生は平均到着率 λ のポアソン過程に従うものと仮定する．このとき，隣り合う被災時間の間隔 $l_n = T_{n+1} - T_n$ は独立かつ同一の指数分布に従う確率変数である．このことから，問題の初期時点は任意にとることができる．被災時刻の直前における生産資本の水準が K であったとき，被災時刻 T_n において生産資本は δK に減少するものとする．ただし，$0 \leq \delta \leq 1$ である．すなわち，災害による被害の大きさは確定的であるとする．

社会計画者は，$W(K)$ が最大となるような消費の系列 x_t を求める．ただし消費には，式 (2) で表される，以上で説明した制約が課せられる．

任意の時点を問題の初期時点にとることができるため，先の問題は，ある時点から一度災害が発生するまでの問題として考えることができる．この間隔 l は指数分布に従う確率変数である．被災以降の問題も δK_t を初期値とする同様の問題とみなせる．すなわち，被災以後に得られる生涯期待効用は $W(\delta K_t)$ により表される．また，災害が時刻 l において初めて生起する確率は λ である．これらから，先の問題は以下のように書き直すことができる．

$$W(K) = \max_{\{x_t\}} \mathrm{E}_l \left[\int_0^l \{u(x_t) + \lambda W(\delta K_t)\} e^{-\alpha t} dt\right] \quad (4)$$

$$\text{s.t. } \dot{K}_t = f(K_t) - x_t - aK_t \quad (5)$$

時刻 t において災害が発生していない確率は $\exp(-\lambda t)$ で表される．従って，式 (4) は，次のように書き直すことができる．

$$W(K) = \max_{\{x_t\}} \left[\int_0^\infty \{u(x_t) + \lambda W(\delta K_t)\} e^{-(\alpha+\lambda)t} dt\right] \quad (6)$$

$$\text{s.t. 式 (5)}$$

このように，不確実性のない問題に書き直すことができる．また，最適値関数が再帰的に定義される形の最適制御問題となっている．

3. 災害危険性の及ぼす影響

ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式を求め，最適政策関数 $x(K)$ を代入する．

$$(\alpha + \lambda)W \ = \ W_K\{f(K) - x(K) - aK\}$$

Wataru ISOBE, Hirokazu TATANO and Norio OKADA

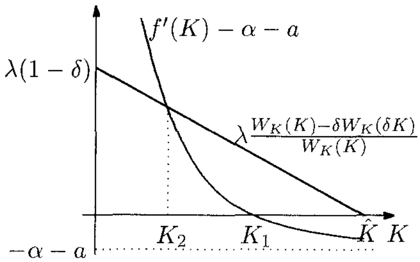

図 1: 定常生産資本水準の比較

$$+u[x(K)]+\lambda W(\delta K) \tag{7}$$

x についての最大化の一階条件が $W_K=u'[x(K)]$ となることから，最適値関数は K について単調増加であることがいえる．これらを K について微分することにより，

$$(\alpha+\lambda)W_K=W_{KK}\{f(K)-x(K)-aK\}$$
$$+W_K\{f'(K)-a\}+\lambda\delta W(\delta K) \tag{8}$$
$$W_{KK}=u''[x(K)]x_K \tag{9}$$

を得る．これより，以下の消費の変化を表す微分方程式が得られる．

$$\dot{x}=-\frac{u'(x)}{u''(x)}\left\{f'(K)+\lambda\frac{\delta W_K(\delta K)}{W_K(K)}-\alpha-\lambda-a\right\} \tag{10}$$

これは災害危険性のない場合に $\lambda\frac{\delta W_K(\delta K)}{W_K(K)}-\lambda$ の項が加わった形となっている．災害危険性のない場合の定常最適生産資本水準 K_1 は $f'(K)-\alpha-a=0$ を解くことにより得られ，災害危険下の定常最適生産資本水準 K_2 は $f'(K)-\alpha-a=\lambda\frac{W_K(K)-\delta W_K(\delta K)}{W_K(K)}$ の解である．これが**図 1** に描かれている．K_2 は少なくとも 1 つ存在する [1]．以下，K_2 が一つである場合に限定して分析を行う．このとき，以下の命題群が証明できる [1]．また，位相図を描くと**図 2** のようになる．

命題 1 災害危険性のある場合における定常での最適な生産資本水準 K_2 は，災害危険性のない場合のそれよりも小さくなる．

命題 2 災害危険下での最適成長問題において，政策関数 $x(K)$ は K について単調である．

命題 3 災害危険下での最適成長問題において，最適値関数 $W(K)$ は K について凹である．

命題 4 通常の災害可能性のない場合と比較して，定常での定常生産資本水準 K_2 は小さくなる．

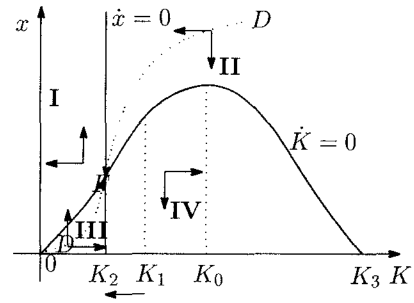

図 2: 災害危険下の位相図

4. <u>比較静学分析</u> 防災投資を行えば，災害時に残存する生産資本の割合を表す δ が大きくなる．このとき，**3.** で得られた結論がどのように変化するかを考える．δ の変化は，**図 1** の各曲線をシフトさせる．その結果，その交点として決まる災害危険下での定常生産資本水準 K_2 が変化することになる．この K_2 の変化の方向は家計の選好パターンに依存する．

定常均衡解が一つである場合，以下の性質が成り立つ [1]．家計が通時的にならされた消費を選好する場合，K_2 は減少する可能性がある．これは，生産資本水準を下げることにより消費量を高めることが可能であるような水準が，災害後の消費水準の低下を抑制するために最適となる可能性を示している．このとき防災投資を行えば災害による消費の減少が小さくなり，最適な生産資本水準が減少するものと考えられる．

なお，計画割引率 α，生産資本減耗率 a，災害発生頻度 λ についての比較静学分析も行っている．詳細については，講演時に譲ることとする．

5. <u>結論</u> 本論文では生産資本の被害に着目した防災投資の評価を行うため，災害危険性が存在する下での最適成長モデルを提案した．このモデルは，最適値関数が再帰的に定義される形の最適制御問題となる．続いてこのモデルを用い，災害危険性の有無や防災投資が経済成長経路に及ぼす影響について分析を行った．これらの結果は家計の選好パターンに依存して異なる影響を及ぼす．

[参考文献] 1) 五十部渉：災害危険性を考慮した経済成長に関するモデル分析，京都大学大学院修士論文，2000.