道路舗装の補修投資ルールに関する研究

京都大学大学院　学生会員　○田村 謙介
京都大学大学院　正会員　小林 潔司
京都大学大学院　学生会員　栗野 盛光

1. はじめに

近年、道路舗装のライフサイクルコストを最小にするように維持管理を行う舗装維持管理システム(PMS)の導入が進められているが、PMSでは舗装の劣化過程を確定的なものとして取り扱っている。しかし、現実の道路舗装の劣化過程には多大な不確実性が伴う。そこで本研究では、道路舗装の劣化過程に不確実性が存在するということを前提に、ある地点の道路舗装のライフサイクルコストを最小にする最適補修ルールを、モンテカルロシュミレーションによって導出する方法を提案する。さらに、この方法を用いて阪神高速東大阪線を対象とする実証分析を行い、実際に具体的な最適補修ルールを求め、劣化過程に不確実性を考慮した影響を調べる。

2. 最適補修モデル

モデル化にあたって以下の仮定を置く。1) 対象とする道路舗装の物理的サービス水準(以下、機能水準)は正の有限の値をとる変数zで表現される。機能水準zの値が大きいほど物理的サービス水準は良好である。2) 道路舗装の力学的劣化は生じない。3) 道路管理者にかかる総費用は利用者費用と補修投資費用からなる。4) 利用者費用は舗装の機能水準zの関数$c(z)$として表現される。5) 補修投資のうち修繕投資のみを取り扱う。維持投資の費用は時間を通じて一定である。6) 1通りの修繕工法のみが実施される。7) 修繕費用Fは一定である。8) 修繕直後の機能水準は一定値$\bar{Z}$をとる。

交通需要は定常的な確率過程にしたがって変動すると仮定し、初期時点から時刻tまでの累積交通需要$s(t)$は次式に従うとする。

$$ds(t) = \beta dt + \sigma dW_1(t) \tag{1}$$

$$s(0) = s_0 \tag{2}$$

$dW_1(t)$はウィナー過程の増分である。右辺第1項は累積交通需要のトレンド、第2項は不確実性を表している。

機能水準の劣化は交通需要による劣化と自然的劣化から成るものとし、機能水準zは次式にしたがって変動すると仮定する。

$$\begin{aligned} dz(t) &= -\rho z(t)ds(t) - \delta z(t)dt - \gamma z(t)dW_2(t) \\ &\quad + \sum_{i\geq 1}\{\bar{Z} - z(\theta_i^-)\}\iota(t-\theta_i) \end{aligned} \tag{3}$$

$$z(0) = z_0 \tag{4}$$

右辺第1項は交通需要による劣化、第2項は自然的劣化、第3項は自然的劣化における不確実性、第4項は補修投資による機能水準の回復を表している。$dW_2(t)$はウィナー過程の増分である。$\iota(\cdot)$はディラックの測度である。θ_iは補修が行われる時刻である。上式には交通需要の不確実性、自然的劣化の不確実性という2つの不確実性が含まれている。式(3)は、機能水準の劣化過程が補修時刻以外で$(t \neq \theta_i)$幾何学的ブラウン運動に従うことを表している。

道路管理者は現在価値に割り引いた期待総費用(ライフサイクルコスト)を最小化するように試みるとし、管理者が最小化を試みる目的関数Jを次式で定義する。

$$J(V) = E\left[\int_0^\infty c(z(t))\dot{s}(t)e^{-\alpha t}dt + \sum_{i\geq 1} Fe^{-\alpha\theta_i}\right] \tag{5}$$

ただしαは瞬間的割引率であり、$V=\{\theta_i | i \geq 1\}$はインパルス制御変数を表す。右辺$E[\ \ ]$内の第1項は利用者費用の現在価値を表しており、第2項は補修投資費用の現在価値を表している。このとき道路管理者が解くべき最適補修問題は次の様に定式化される。

$$\left.\begin{array}{l} \min_V\{J(V)\} \\ \text{subject to} \\ eqns(1)(2)(3)(4) \end{array}\right\} \tag{6}$$

3. モンテカルロシュミレーション

(6)式で表現された最適補修問題を解析的に解くことはできないので、モンテカルロシュミレーションにより解を導出する。単位期間をΔtとし、各期$t=t_k$における累積需要、機能水準を

$$s_k = s(t_k), \quad z_k = z(t_k), \quad t_k = k\Delta t; \quad k = 0,1,2,\cdots \tag{7}$$

と表す。(1)式、(3)式を離散近似すると以下のようになる。

$$s_{k+1} = s_k + \beta\Delta t + \sigma\epsilon_1(t_k) \tag{8}$$

$$\frac{z_{k+1} - z_k}{z_k} = -\rho\{s_{k+1} - s_k\} - \delta\Delta t - \gamma\epsilon_2(t_k) \tag{9}$$

(9)式はインパルス発生時刻以外での離散近似である。$\epsilon_1(t_k), \epsilon_2(t_k), k = 0,1,2,\cdots$は正規分布$N(0,\Delta t)$に従う確率変数であり、互いに独立である。正規分布に従う乱数$\epsilon_1(t_k), \epsilon_2(t_k), k = 0,1,2,\cdots$を発生させることにより$s_k, z_k, k = 0,1,2,\cdots$の1つのサンプルパスを得ることができる。機能水準のサンプルパスを図-1に示す。

Kensuke TAMURA,Kiyoshi KOBAYASHI,Morimitu KURINO

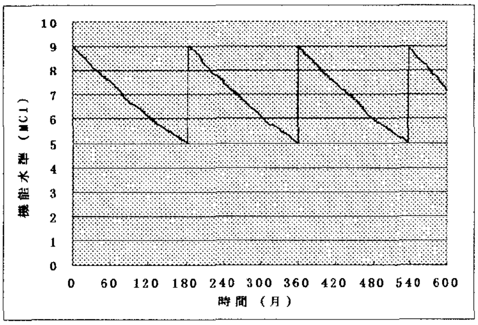

図-1 機能水準の変動過程の例

目的関数(5)式は次式のように離散近似される。

$$J'(V)=E\left[\sum_{k\geq 0}c(z_k)(s_{k+1}-s_k)\frac{1}{(1+\alpha)^{t_k}}+\sum_{i\geq 1}\frac{F}{(1+\alpha)^{\theta_i}}\right]$$

$\{\theta_i|i\geq 1\}$はインパルス制御変数である。目的関数を最小にするように補修が行われる場合、補修が行われる直前における機能水準は一定値になる。この値を最適補修ルールz^*とする。補修ルールz^j(機能水準がz_j以下まで小さくなったらただちに補修を行うというルール)のもとで機能水準の初期値がz_0のときの目的関数値を$J(z_0;z^j)$と表すと、目的関数の再帰的な性質より次式が成立する。

$$\begin{aligned}J(\bar{Z};z^j) &= E_0\left[\sum_{k=0}^{\frac{\theta_1}{\Delta t}-1}c(z_k)(s_{k+1}-s_k)\frac{1}{(1+\alpha)^{t_k}}\right.\\ &\qquad\left.+\frac{F}{(1+\alpha)^{\theta_1}}+\frac{J(\bar{Z};z^j)}{(1+\alpha)^{\theta_1}}\right] \qquad (10)\end{aligned}$$

$\bar{Z}$は補修直後の機能水準である。s_k, z_k, θ_1は確率変数である。右辺$E_0[\ \ ]$内の第1項は時刻$t=0$から時刻$t=\theta_1$までの利用者費用の現在価値を表しており、第2項は時刻$t=\theta_1$で行われる補修投資費用の現在価値を表し、第3項は時刻$t=\theta_1$以降にかかる総費用の現在価値を表している。これを整理すると

$$J(\bar{Z};z^j)=\frac{E_0\left[\sum_{k=0}^{\frac{\theta_1}{\Delta t}-1}c(z_k)(s_{k+1}-s_k)\frac{1}{(1+\alpha)^{t_k}}\right]+E_0\left[\frac{F}{(1+\alpha)^{\theta_1}}\right]}{1-E_0\left[\frac{1}{(1+\alpha)^{\theta_1}}\right]}$$

となる。いま、モンテカルロシュミレーションによって累積需要、機能水準の1つのパスを発生させると、確率変数s_k, z_k, θ_1は1つの実現値をもつ。大数の法則により、上式の右辺各項は、パスの発生回数Mを十分大きくすれば、パスの発生によって得られる各項の実現値の平均によって求められる。したがって十分多くのパスを発生させることにより$J(\bar{Z};z^j)$の値が求められる。様々な値のz^jに対してこの方法を行うことにより、$J(\bar{Z};z^j)$が最小となる最適補修ルールz^*が求められる。

4. 実証分析

以上の方法を用いて阪神高速東大阪線の$100m$の区間を対象とする実証分析を行った。機能水準の指標にはMCIを用いた。補修直後の機能水準$\bar{Z}=9$とした。単位期間Δtは1ヶ月とした。(8)式のパラメータは1年分の交通量のデータをもとに$\beta=1378000, \sigma=42000$とした。(9)式のパラメータは$\rho=1.224\times 10^{-9}, \delta=1.687\times 10^{-3}, \gamma=2.0\times 10^{-3}$とした。割引率は$\alpha=3.274\times 10^{-3}$とした。利用者費用には車両の燃費、維持修繕費用、減価償却費用のみを考え、建設省による文献をもとに利用者費用関数を設定した。補修費用は$F=4426800$とした。このようにパラメータ、関数を設定した場合の目的関数を図-2に示す。最適補修ルールの候補z^jの中から最適補修ルールz^*を求めるのには黄金分割法を用いた。

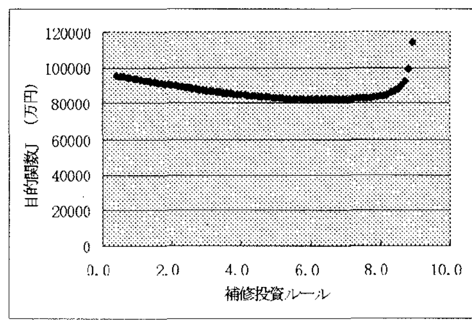

図-2 目的関数$J(\bar{Z};z^j)$

実証分析の結果、最適補修ルールは$z^*=6.35$となった。この場合の補修間隔の期待値は101.3ヶ月と計算された。これに対して不確実性を考慮しない場合の最適補修ルールは$z^*=6.07$となり、補修間隔は116ヶ月となった。すなわち、不確実性を考慮すると、補修を行うべき機能水準の値である最適補修ルールは0.28大きくなり、約14.7ヶ月早く補修を行うべきであると結果が得られた。このように不確実性を考慮すると最適補修ルールの値が大きくなる理由としては、利用者費用関数が大域的にみて下に凸な関数であるということが考えられる。

5. おわりに

本研究では、道路舗装の劣化過程に不確実性を考慮した場合の最適補修投資ルールを、モンテカルロシュミレーションを用いて導出する方法を示した。また、阪神高速東大阪線を対象とする実証分析を行い、不確実性を考慮すると最適補修ルールの値が大きくなるという結果を得た。