不確実性下における家計のサービス予約行動に関する一考察

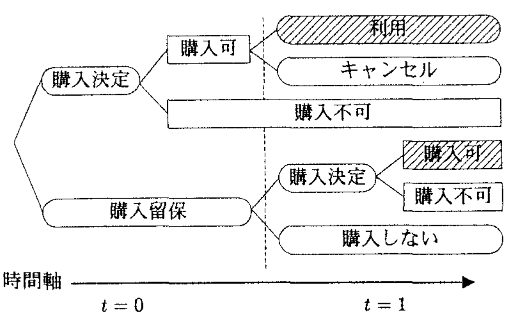
京都大学大学院　学生員　○小路 剛志
京都大学大学院　正会員　松島 格也
京都大学大学院　正会員　小林 潔司

1. はじめに

航空機、新幹線等の容量に制約がある公共交通機関では、予約制度はよりニーズの高い家計が早めに購入意思を明らかにし、その家計に優先的に座席を割り当てるという自己選抜メカニズムとして機能している。本研究では将来時点でサービスが購入できない供給リスクと予約のキャンセルの可能性という需要リスクという不確実性を考慮した家計のサービスの予約行動をモデル化し、サービスの購入に成功する確率（購入可能確率）が内生的に決定されるメカニズムを表現する。

2. 家計の予約行動のモデル化

家計の意思決定構造を図－1に示す。



図－1　家計の購入意思決定モデル

時点$t(t=0,1)$における家計の購入可能確率に関する主観的期待値を$\tilde{p}_t$ $(1 \geq \tilde{p}_0 \geq \tilde{p}_1 \geq 0)$と表そう。家計のサービス消費に対する効用を線形効用関数

$$U = v - c - \omega \tag{1}$$

と表現する。vは当該のサービスの消費により得る効用、cはサービスの消費に関わる費用（チケットの価格)、ωはチケットの購入に要する費用である。予約をキャンセルする場合、キャンセル料金αc $(0 \leq \alpha \leq 1)$と取引費用ωが必要となる。他の活動を行うことで得られる最大の効用水準（留保効用）をεで表す。$t=1$においてεの値は$\bar{\varepsilon}$に確定するが、$t=0$の段階では当該サービスの消費活動以外の行動計画は存在しない（$\varepsilon=0$）とする。留保効用εは$[0,\infty)$で定義される確率変数で、分布関数$G(\varepsilon)$（密度関数$g(\varepsilon)$）に従って分布すると考える。なお、家計の効用vは時点を通じて一定と仮定する。

$t=0$において家計は効用水準vの下で、予約の意思決定を行う。$t=0$でチケットを購入した場合には期待効用EVを獲得し、予約をしない場合には期待効用EUを獲得する。$t=0$において$EV \geq EU$の時には予約し、$EV < EU$の時には予約を留保する。

まず期待効用EVを定式化する。$t=0$で予約した場合、$t=1$では1）サービスを利用するか、2）予約をキャンセルし、別の行動を行うかを選択することから、$t=1$で得られる効用の$t=1$での期待値$E[V_1]$は

$$\begin{aligned} E[V_1] &= E[\max\{v, \varepsilon + c - \alpha c - \omega\}] \\ &= \int_0^{\beta(v)} v g(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\beta(v)}^{\infty} (\varepsilon + c - \alpha c - \omega) g(\varepsilon) d\varepsilon \\ &= \beta(v) G(\beta(v)) + \int_{\beta}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon + c - \alpha c - \omega \end{aligned} \tag{2}$$

と表せる。ただし$\beta(v) = v - c + \alpha c + \omega$は$t=1$でキャンセルを行う臨界的な留保効用である。家計が予約により獲得できる$t=0$で評価した期待効用$E[V_0]$は

$$E[V_0] = \delta E[V_1] - c \tag{3}$$

と表せる。ここでδは割引率である。予約時の購入可能確率$\tilde{p}_0$を考慮すると期待効用EVは次式で表される。

$$EV = \tilde{p}_0\{\delta E[V_1] - c\} - \omega \tag{4}$$

$t=0$で予約しなかった場合を考えよう。$t=1$では留保効用が$\bar{\varepsilon}$に確定している。$t=1$で、1）購入するか、2）そのまま購入しないかの選択が可能である。サービスの購入を試みることにより得られる期待効用は$\tilde{p}_1(v-c) - \omega$となることから、$t=0$で予約しなかった場合の期待効用を$t=1$で評価した期待値$E[U_1]$は

$$\begin{aligned} E[U_1] &= E[\max\{\tilde{p}_1(v-c) - \omega, \varepsilon\}] \\ &= \int_0^{\gamma} \gamma g(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\gamma}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon \\ &= \gamma G(\gamma) + \int_{\gamma}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon \end{aligned} \tag{5}$$

となる。ここで$\gamma = \tilde{p}_1(v-c) - \omega$は$t=1$でチケットを購入する臨界的な留保効用である。$EV$と同様に、期待効用$EU$は以下のように定式化できる。

$$EU = \delta\left\{\gamma G(\gamma) + \int_{\gamma}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon\right\} \tag{6}$$

いま、期待効用EV, EUは効用水準vの関数になっていることから、次の命題が成立する。

命題　$\tilde{p}_0 > \tilde{p}_1$ならば$EV = EU$が成立するような臨界予約効用$\bar{v}$がただ1つ存在し、$v \geq \bar{v}$の場合には予約を行い、$v < \bar{v}$の場合には予約を見送る。

Takeshi ORO, Kakuya MATSUSHIMA, and Kiyoshi KOBAYASHI

つまり予約システムにより、家計は自己の効用水準を表明する自己選抜メカニズムが機能している。

3. 合理的期待均衡モデルの定式化

ここでは、家計の主観的確率$\tilde{p}_t$を与件の上で市場で実現する客観的購入確率p_tを導出する。いま、潜在的な家計総数をN、サービスの供給量をQとする。各時点の購入希望者数をn_t、チケットを購入した家計数をn_t^*、$t=0$で予約したが、キャンセルする家計数をmと表す。予約時点までに効用水準vが区間$(-\infty,\infty)$で定義された分布関数$F(v)$（密度関数$f(v)$）に従って選ばれると考える。また、各家計は同一の分布関数を持っていると仮定する。この時、ある家計が$t=0$においてサービス消費を予約する確率πは**命題**を用いて

$$\begin{aligned}\pi &= \mathrm{Prob}\{EV(v)\geq EU(v)\}\\ &= \mathrm{Prob}\{v\geq \overline{v}\} = 1-F(\overline{v}) \qquad (7)\end{aligned}$$

と表せる。この時、n_0人の家計がサービスの予約を試みる条件付き確率$P(n_0)$は2項分布

$$P(n_0)=\frac{N!}{n_0!(N-n_0)!}\pi^{n_0}(1-\pi)^{(N-n_0)} \qquad (8)$$

で定義できる。n_0を与件とした時の購入可能確率は

$$p_0(n_0)=\begin{cases}1 & n_0\leq Q\text{の時}\\ \frac{Q}{n_0} & n_0>Q\text{の時}\end{cases} \qquad (9)$$

と表されるので、$t=0$での購入可能確率$p_0=E[p_0(n_0)]$は次式のように定義できる。

$$p_0=\sum_{n_0=0}^{Q}P(n_0)+\sum_{n_0=Q+1}^{N}\frac{Q}{n_0}P(n_0) \qquad (10)$$

つぎに、キャンセル行動を考えよう。$t=0$でチケットを購入したが、$t=1$において予約をキャンセルするのは、$t=0$においてサービスに対する効用が臨界水準$\overline{v}$以上であり、$t=1$における留保効用$\overline{\varepsilon}$が臨界効用$\beta(v)$よりも大きくなる場合である。留保効用が臨界効用より大きくなる確率は$1-G(\beta(v))$である。いま、効用水準が$f(v)$に従って分布しているので、$t=0$で予約した家計が$t=1$でキャンセルする条件付き確率ϕは

$$\phi=\frac{\int_{\overline{v}}^{\infty}f(v)\{1-G(\beta(v))\}dv}{\int_{\overline{v}}^{\infty}f(v)dv} \qquad (11)$$

と表せる。$t=0$における予約者数がn_0^*である時に、その中からm人の家計が時点$t=1$においてキャンセルする条件付き確率$M(m|n_0^*)$は次の2項分布で表される。

$$M(m|n_0^*)=\frac{n_0^*!}{m!(n_0^*-m)!}\phi^m(1-\phi)^{(n_0^*-m)} \qquad (12)$$

最後に、$t=0$で予約せず$t=1$においてサービスを購入する行動を考える。$t=1$において、サービスの購入を試みる家計は、1）効用水準vが$\overline{v}$より小さく，2）臨界効用$\gamma(v)=\tilde{p}_1(v-c)-\omega$が正であり、3）留保効用$\overline{\varepsilon}$が臨界効用$\gamma(v)$以下になる家計のみである。$\overline{\varepsilon}\leq\gamma(v)$になる確率が$G(\gamma(v))$と表されることに着目しよう。$t=0$において予約を試みなかった家計（$v<\overline{v}$が成立する家計）が、$t=1$において購入を試みる条件付き確率$\psi$は

$$\psi=\frac{\int_{\gamma^{-1}(0)}^{\overline{v}}f(v)G(\gamma(v))dv}{\int_{-\infty}^{\overline{v}}f(v)dv} \qquad (13)$$

と表せる。ただし、$\gamma^{-1}(0)$は$\gamma(v)=0$となるvを意味する。この時、$t=0$でn_0人が予約を試みたという状況下でn_1人の家計が$t=1$において購入する意思を持つ条件付き確率$R(n_1|n_0)$は2項分布

$$R(n_1)=\frac{(N-n_0)!}{n_1!(N-n_0-n_1)!}\psi^{n_1}(1-\psi)^{(N-n_0-n_1)} \qquad (14)$$

で表される。$t=0$で予約成功者数がn_0^*、キャンセル数がmの場合、売れ残っているチケット数$\hat{n}$は$\hat{n}=Q-n_0^*+m$と表される。したがって、$t=1$においてn_1人の購入希望者があり、チケットが$\hat{n}$枚売れ残っている場合の条件付き購入可能確率$p_1(n_1:\hat{n})$は

$$p_1(n_1:\hat{n})=\begin{cases}1 & n_1\leq\hat{n}\text{の時}\\ \frac{\hat{n}}{n_1} & n_1>\hat{n}\text{の時}\end{cases} \qquad (15)$$

と定義できる。$t=0$でn_0人が予約を試みて、予約に成功したn_0^*人の内でm人キャンセルした場合に、$t=1$でチケットを購入できる条件付き確率$E[p_1|n_0,m]$は

$$E[p_1|n_0,m]=\sum_{n_1=0}^{\hat{n}}R(n_1)+\sum_{n_1=\hat{n}+1}^{N-n_0}\frac{\hat{n}}{n_1}R(n_1) \qquad (16)$$

で表せる。ただし、$n_0>Q$の時、$\hat{n}=m$である。この時、$t=1$でチケットが購入できる購入可能確率は

$$\begin{aligned}p_1&=\sum_{n_0=0}^{Q}\sum_{m=0}^{n_0}M(m|n_0)P(n_0)E[p_1|n_0,m]\\ &+\sum_{n_0=Q+1}^{N}\sum_{m=0}^{Q}M(m|Q)P(n_0)E[p_1|n_0,m] \qquad (17)\end{aligned}$$

と表せる。

いま、式(10), (17)で求めた客観的購入確率p_0、p_1は、家計の主観的期待$\tilde{p}_0,\tilde{p}_1$を与件として導出したものである。長期学習の結果、全家計の主観的期待値が合理的期待均衡に収束したと仮定すると

$$p_0^*=\tilde{p}_0^* \qquad (18)$$

$$p_1^*=\tilde{p}_1^* \qquad (19)$$

を同時に満足する$(\tilde{p}_0^*,\tilde{p}_1^*)$として定義される。

4. おわりに

本研究では、家計の将来のサービス消費に対する予約行動のモデル化と購入可能確率の決定メカニズムを表現した。比較静学の数値計算結果については講演時に発表する。今後はサービス生産企業の行動も考慮した市場均衡モデルの開発が必要である。