

京都大学大学院 正会員 ○松島格也  
 京都大学大学院 正会員 小林潔司  
 京都大学工学部 学生会員 坂口潤一

## 1. はじめに

タクシー・サービスの取引は都市内に設けられたタクシー乗場という局所的な市場（以下、スポット市場と呼ぶ）で発生する。本研究では、都心地域における複数のタクシー・スポット市場間の競争関係を、規模の経済性による集中化と混雑現象による分散化のメカニズムを同時に考慮にいった市場均衡モデルとして表現する。

タクシー・サービスのスポット市場では、互いに需給関係に関して不完全な憶測に基づいて行動しなければならない。サービスの買い手と売り手が市場で出会うためには、互いにスポット市場まで足を運ばざるを得ない。このような不完全な憶測と取引費用の存在のため、市場で取引が行う際に金銭的な外部性が生じる。顧客とタクシーがより頻繁にスポット市場を訪問すれば互いに相手にとって外部的な利得を与えるという市場厚の外部経済性が存在する。このように情報の不完全性と取引費用を要するマッチング市場では、非価格的な相互作用から生じる戦略的外部性が働くため、取引厚（薄）の外部性が生じ市場には乗数効果が現れる。

一方乗客とタクシーがマッチングされてサービスが行われる際には、乗客が到着してからタクシーが発車するまでにサービス時間が必要となる。特定の市場に双方の主体が集中しサービスに必要な時間が累積すると、当該市場においては混雑が生じる。このようなサービス取引における混雑現象の存在は複数市場間での分散化のメカニズムとして機能する。戦略的外部性による集中化と混雑現象による分散化のメカニズムが同時に働くことにより、複数市場の規模や各市場の成立可能性は市場条件によって様々に変化する。

## 2. 2重待ち行列モデルの定式化

### (1) モデル化の前提

長さ2の対称的な線形市場を考え、タクシー客が密度1で一様に分布しているとする。線形市場の中心を原点にとり座標 $-x, x$ の2カ所にタクシー・スポット市場が設定されている。座標 $x$ の市場を $i=1$ 、座標 $-x$ の市場を $i=2$ と表す。2つのスポット市場においてのみタクシー・サービスが利用可能であり、顧客にはタクシー以外に利用可能な交通手段は存在しない。一度、タクシー乗場に到着した客は、待ち行列から立ち去ることはない。一方、タクシーの待ち行列長には上限値 $M$  ( $M =$

$0, 1, 2, \dots$ )がある。線形市場の任意の点よりタクシー需要が発生する。顧客は効用を最大にするようなスポット市場を選択する。いま、点 $y \geq k$ に立地する顧客は市場1を利用し、点 $y < k$ の顧客は市場2を利用すると仮定する。 $k=1$ の場合は、すべての顧客が市場2を利用することとなり市場1は消滅する。逆に、 $k=-1$ の時は、市場1のみが成立することとなる。勢力圏の境界は市場均衡の結果として内生的に決定されるが、当面の間 $k$ は与件として与えられていると考える。タクシー市場の勢力圏の境界が座標 $k$  ( $-1 \leq k \leq 1$ )に位置する時、市場1, 2にはそれぞれ到着率 $\lambda_1 = (1-k)\zeta$ ,  $\lambda_2 = (1+k)\zeta$ で顧客がポワソン到着する。ここに、 $\zeta$ は線形市場における単位長さ、単位時間あたりの顧客の平均発生密度である。一方、各市場へのタクシーの到着率を $\mu_i$  ( $i=1, 2$ )で表そう。タクシーの到着率は市場均衡の結果として内生的に決定されるが、当面の間外生的に与えられると考える。タクシーの客待ち駐車による外部不経済は発生しないと仮定する。タクシー市場の混雑現象は、タクシーに客が乗り込み、タクシーが発車するまでのタクシーサービスの取り引きに要する時間損失のみにより発生する。

### (2) 混雑を考慮した2重待ち行列モデル

市場 $i$  ( $i=1, 2$ )に対するタクシー、顧客の到着率が $\mu_i, \lambda_i$ 、サービス率が $\omega_i$ で与えられている。本節ではどちらか一方の市場のみに着目し、市場を表す添字 $i$ を省略する。時刻 $t$ において市場内に $n$ 人の乗客と $m$ 台のタクシーの待ち行列が発生している確率を $P^t(n, m)$  ( $n=0, \dots, \infty, m=0, \dots, M$ )とし、通常の待ち行列モデルにしたがって定式化する。乗客の平均待ち時間 $T(\lambda, \mu, \omega, M)$ 、タクシーの平均待ち時間 $S(\lambda, \mu, \omega, M)$ は若干の計算により

$$T(\lambda, \mu, \omega, M) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^M \frac{n+1}{\omega} P(n, m) + \sum_{m=0}^n \left( \frac{n-m}{\mu} - \sum_{h=0}^{n-m} \sum_{k=0}^M \frac{\mu^h \omega^k (h+k)!}{h!k! (\mu + \omega)^{k+h+1}} \right) P(n, m) \right\} \quad (1a)$$

$$S(\lambda, \mu, \omega, M) = \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m+1}{\omega} P(n, m) + \sum_{n=0}^m \left( \frac{m-n}{\lambda} - \sum_{h=0}^{m-n} \sum_{k=0}^M \frac{\lambda^h \omega^k (h+k)!}{h!k! (\lambda + \omega)^{k+h+1}} \right) P(n, m) \right\} \quad (1b)$$

と表せる。

### (3) 最大待ち行列長

タクシーの待ち行列の長さが  $m-1$  の時に新たに到着した  $m$  番目のタクシーの平均待ち時間  $W(m)$  は

$$W(m) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(m+1)P(n, m)}{\omega \sum_{k=0}^{\infty} P(k, m)} + \sum_{n=0}^{m-1} \left( \frac{m-n}{\lambda} - \sum_{h=0}^{m-n-1} \sum_{k=0}^m \frac{\lambda^h \omega^k (h+k)!}{h!k! (\lambda + \omega)^{k+h+1}} \right) \frac{P(n, m)}{\sum_{k=0}^{\infty} P(k, m)} \quad (2)$$

と表される。このとき当該タクシーの期待利潤  $\Pi(m)$  は

$$\Pi(m) = q - W(m) \quad (3)$$

と表される。 $q$  は時間単位で測定したサービス 1 回あたりの利潤である。客が到着率  $\lambda$  で訪問するスポット市場において、自発的な期待利潤最大化行動によって規定される最大待ち行列長  $M(\lambda)$  は、 $\Pi(m) = 0$  を満たす  $m$  の値を  $\bar{m}$  とすると  $M(\lambda, \mu, \omega) = [\bar{m}]$  と表される。記号  $[\cdot]$  は  $q\lambda$  を越えない最大の自然数を意味する。タクシーの待ち行列の最大長  $M^*(W, \lambda)$  は

$$M^*(W, \lambda, \mu, \omega) = \min\{W, M(\lambda, \mu, \omega)\} \quad (4)$$

で決定される。ここに  $W$  はスポット市場の容量である。

### 3. タクシー・客の行動の定式化

#### (1) モデル化の前提条件

長期的にはスポット市場への客・タクシーの新規参入や市場撤退が生じ、平均到着率が変化する。両市場を訪れた場合の現行の平均待ち時間や市場への取引費用に基づく期待効用水準を比較することにより、当該の顧客はどちらかのスポット市場を選択する。一方、タクシーはタクシーの待ち行列長が  $M_i^*$  ( $i = 1, 2$ ) より小さい限り待ち行列に加わる。スポット市場において待ち行列に加われない場合の損失も含めて算定した期待利潤が保留水準より大きい限り、当該のスポット市場を訪れる。この結果、スポット市場に対する客・タクシーの平均到着率がある均衡的な水準に収束する。

#### (2) タクシーの行動モデル

市場  $i$  ( $i = 1, 2$ ) に着目しよう。市場  $i$  への客の到着率  $\lambda_i$  を与件とする。以下では  $W_i \leq M(\lambda_i, \mu_i, \omega_i)$  が成立する場合に着目して議論を進める。市場  $i$  を訪問したタクシーは確率  $\xi_i = \sum_{n=0}^{\infty} P(n, M)$  で市場参入を諦め、利潤  $-d$  を得る。一方確率  $1 - \xi_i$  で市場参入し、期待利潤

$$\Pi_i = q - S'(\lambda_i, \mu_i, \omega_i, W_i) - d_i \quad (5)$$

を得る。利潤は時間単位で定義されている。 $S'(\lambda_i, \mu_i, \omega_i, W_i) = S(\lambda_i, \mu_i, \omega_i, W_i)/(1 - \xi_i)$  はタクシーの待ち行列長の上限が  $W_i$  であり、かつタクシーの到着率が  $\mu_i$  の場合のタクシーの平均待ち時間を表す。タクシーがスポット市場を訪問することにより得られる期待利潤  $E(\Pi_i, W_i)$  ( $W_i = 0, 1, 2, \dots$ ) は

$$E(\Pi_i, W_i) = (1 - \xi_i)q - S(\lambda_i, \mu_i, \omega_i, W_i) - d \quad (6)$$

と表せる。客の到着率  $\mu_i$  を与件とした時に、タクシーのスポット市場への長期的な到着率は

$$(1 - \xi_i)q - S(\lambda_i, \mu_i^*, W_i) - d = 0 \quad (7)$$

を満足するような  $\mu_i^*$  として定義できる。

#### (3) 顧客の行動モデル

顧客がタクシーを利用することにより得られる効用を  $v$ 、市場  $i$  でタクシーに乗車するための待ち時間を  $t_i$ 、市場  $i$  までの移動費用を  $c_i(y)$  と表そう。市場  $i$  を訪れる客の効用関数を危険中立型効用関数  $V_i(y) = v - t_i - c_i(y)$  を用いて表現する。単位距離あたりの移動費用を 1 とすれば地点  $y$  から市場  $i$  まで移動することに要する移動費用は  $c_i(y) = |x - y|$  と表せる。タクシーの到着率  $\mu_i$  を与件とし、市場  $i$  への客の平均到着率を仮に  $\lambda_i$  であるとする。タクシーを利用することによる期待効用は

$$EV_i(y) = v - T_i(\lambda_i, \mu_i, \omega_i, M_i) - c_i(y) \quad (8)$$

と表せる。個々の客はいずれのスポット市場を利用するかどうかを期待効用  $EV_i(y)$  を用いて判断すると考えると、地点  $y$  に立地する顧客が選択する市場  $i^*(y)$  は

$$i^*(y) = \arg \max\{EV_1(y), EV_2(y)\} \quad (9)$$

と表される。いま、条件  $EV_1(x) < EV_2(x)$  が成立したとしよう。この時、任意の  $y \in [-1, 1]$  に対して  $EV_1(y) < EV_2(y)$  が成立し、すべての顧客が市場 2 を利用する。この場合、便宜的に市場の勢力圏の境界は  $k = 1$  に位置していると考ええる。逆に、条件  $EV_1(-x) > EV_2(-x)$  が成立する場合、すべての顧客が市場 1 を利用する。この場合、市場の境界は  $k = -1$  に位置すると考える。2 つの市場が同時に成立するためには  $EV_1(x) \geq EV_2(x)$ ,  $EV_1(-x) \leq EV_2(-x)$  が成立しなければならない。この時、2 つのタクシー市場の勢力圏の境界は

$$EV_1(k) = EV_2(k) \quad (10)$$

を満足するような  $k \in [-x, x]$  として定義できる。以上のように市場の境界を定義した場合、市場  $i$  ( $i = 1, 2$ ) への客の到着率  $\lambda_i$  は、それぞれ以下のように表される。

$$\lambda_1 = (1 - k)\zeta \quad \lambda_2 = (1 + k)\zeta \quad (11)$$

以上では、客・タクシーの平均到着率  $\mu, \lambda$  が決定されるメカニズムを、それぞれ相手の到着率を与件として考察してきた。しかし、客とタクシーの到着率は相互に関係し合っている。両主体の均衡到着率は式 (7), (11) を満たすようなナッシュ均衡解 ( $\lambda_i^*, \mu_i^*$  ( $i = 1, 2$ )) として定義できる。なお数値計算事例については紙面の都合上講演時に発表する。