タクシー・スポット市場における混雑による外部不経済に関する一考察

京都大学大学院　学生会員　○坂口 潤一
京都大学大学院　正会員　松島 格也
京都大学大学院　正会員　小林 潔司

1. はじめに

タクシー・サービスの取引はタクシー乗り場という局所的なスポット市場で乗客とタクシーが互いにマッチングされることで成立する．このようなタクシー・スポット市場には乗客，タクシーの到着の増加が相手の到着の増加をもたらすという市場厚の外部経済性が働くと同時に，乗客，タクシーの到着の増加が同一主体サイドに混雑現象を引き起こすという外部不経済も働く．本研究では混雑現象を明示的に組み込んだ市場均衡モデルを提案し，混雑による外部不経済が市場均衡に与える影響について分析する．

2. 2重待ち行列の定式化

スポット市場のサービス取引を2重待ち行列で表現する．乗客はスポット市場においてのみタクシーが利用可能であるとし，市場に到着した乗客は必ず待ち行列に参加する．一方，タクシーには待ち行列長の上限値Mが存在し，待ち行列長がMの時に新たに到着したタクシーは市場から立ち去ると仮定する．ここで最大待ち行列長Mはサービス取引を行うタクシーも含まれるため，市場が成立する場合には$M \geq 1$である．待ち行列に参加した乗客，タクシーは途中で待ち行列から立ち去ることはないとする．時刻tにおいて市場内にn人の乗客とm台のタクシーの待ち行列が発生する確率を$P^t(n,m) \quad (n=0,\cdots,\infty, m=0,\cdots,M)$，乗客の到着率$\lambda(n)=\lambda(0 \leq n)$，タクシーの到着率$\mu(m)=\mu(0 \leq m < M)$，サービス時間をマッチングされた乗客とタクシーがサービス取引を完了するために費やす時間として定義し，そのサービス率を$\omega(n,m)=\omega(0<n, 0<m \leq M)$と表すと状態方程式は

$$
\begin{aligned}
P^{t+\Delta t}_{(n,m)} &= (1-\lambda_{(n)}\Delta t)(1-\mu_{(m)}\Delta t)(1-\omega_{(n,m)}\Delta t)P^t_{(n,m)} \\
&+\lambda_{(n-1)}\Delta t(1-\mu_{(m)}\Delta t)(1-\omega_{(n-1,m)}\Delta t)P^t_{(n-1,m)} \\
&+(1-\lambda_{(n)}\Delta t)\mu_{(m-1)}\Delta t(1-\omega_{(n,m-1)}\Delta t)P^t_{(n,m-1)} \\
&+(1-\lambda_{(n+1)}\Delta t)(1-\mu_{(m+1)}\Delta t)\omega_{(n+1,m+1)}\Delta t P^t_{(n+1,m+1)} \\
&+o!(\Delta t) \qquad (n=0,\cdots,\infty \quad m=0,\cdots,M) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

となる．これを整理すると

$$
\begin{aligned}
P^{t+\Delta t}(n,m) &= P^t(n,m)+\Delta t\{\lambda(n-1)P^t(n-1,m) \\
&+\mu(m-1)P^t(n,m-1)+\omega(n+1,m+1)P^t(n+1,m+1) \\
&-(\lambda(n)+\mu(m)+\omega(n,m))P^t(n,m)\} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

となり，$P^t(n,m)$に任意の初期値を与えて繰り返し計算をすることで$\lim_{i\to\infty} P^{t+i\Delta t}(n,m)=P(n,m)$となる$P(n,m)$を得ることができる．若干の計算により，乗客，タクシーの平均待ち時間$T(\lambda,\mu,\omega,M), S(\lambda,\mu,\omega,M)$は

$$
\begin{aligned}
T(\lambda,\mu,\omega,M) &= \sum_{n=0}^{\infty}\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{n+1}{\omega}P(n,m)\right. \qquad (3) \\
&\left.+\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{n-m}{\mu}-\sum_{h=0}^{n-m}\sum_{k=0}^{n}\frac{\mu^h\omega^k(h+k)!}{h!k!(\mu+\omega)^{k+h+1}}\right)P(n,m)\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S(\lambda,\mu,\omega,M) &= \sum_{m=0}^{M-1}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{m+1}{\omega}P(n,m)\right. \qquad (4) \\
&\left.+\sum_{n=0}^{m}\left(\frac{m-n}{\lambda}-\sum_{h=0}^{m-n}\sum_{k=0}^{m}\frac{\lambda^h\omega^k(h+k)!}{h!k!(\lambda+\omega)^{k+h+1}}\right)P(n,m)\right\}
\end{aligned}
$$

と表せる．ここで，タクシーの最大待ち行列長Mはスポット市場に物理的な待ち行列長の制限Wによって制限される場合とタクシーの自発的な期待利潤最大化行動によって規定される最大待ち行列長によって規定される場合がある．本研究ではタクシーの最大待ち行列長がスポット市場の駐車容量Wによって規定される場合について分析する．

3. 乗客とタクシーの行動モデルの定式化

(1) 乗客の行動モデル

タクシーの到着率μを与件とする．客の到着率がλであるときスポット市場に対する乗客の主観的期待効用$EV(\lambda,\mu,\omega,W)$を

$$
EV(\lambda,\mu,\omega,W)=v-T(\lambda,\mu,\omega,W) \qquad (5)
$$

と表し，乗客は当該のスポット市場を利用するかどうかを期待効用$EV(\lambda,\mu,\omega,W)$を用いて判断するとする．vは所用時間，運賃等の不効用，スポット市場までの移動費用を差し引いた乗客が目的地で得る効用を表し，個人にとっては確定値であるが，観測者にとっては直接観測できない確率変数であると考える．タクシーを利用する可能性のある客の確率効用項vが区間$[0,\overline{v}]$上で確率分布関数$F(v)$に従い分布し，当該地区の潜在的乗客の総数を$\overline{H}$とすれば，タクシーを利用する乗客数は$h=\overline{H}\{1-F(T(\lambda,\mu,\omega,W))\}$で表せる．個々の客のスポット市場への到着間隔が互いに独立な同一のポワソン到着(平均$1/\nu$)に従うと仮定すれば，h人の乗客による平均到着率は$\lambda=h\nu$と表せる．長期均衡における乗客の到着率は$\sigma=\nu\overline{H}$とすると

$$
\lambda^*=\sigma\{1-F(T(\lambda^*,\mu,\omega,W))\} \qquad (6)
$$

を満足するようなλ^*に決定される．

Junnichi SAKAGUCHI, Kakuya MATUSHIMA, Kiyoshi KOBAYASHI

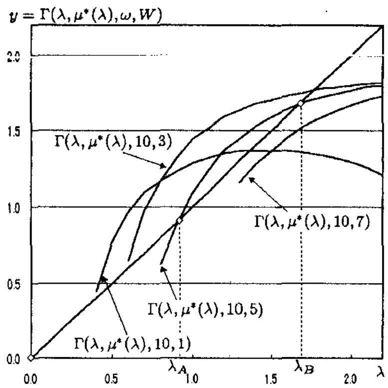

図1 駐車容量と市場均衡の関係

(2) タクシーの行動モデル

乗客の到着率λを与件とする．乗客の到着率がμであるとき，スポット市場に対するタクシーの主観的期待効用$EU(\lambda,\mu,\omega,W)$を

$$EU(\lambda,\mu,\omega,W) = \{1-\xi(\lambda,\mu,\omega,W)\}q - S(\lambda,\mu,\omega,W) - c \quad (7)$$

と表す．ここでqは乗客を乗せることによって得る効用，cはタクシーが市場に参加するための取引費用，$\xi(\lambda,\mu,\omega,M)=\sum_{n=0}^{\infty}P(n,M)$はタクシーが待ち行列長の制限のために市場に参入できない確率(呼損率)を表す．タクシーは取引費用cを既に支払っており，タクシーは当該市場に参入することにより正の利潤が得られる限りその市場に参入しようとすると考えると，タクシーの長期的な到着率は

$$\{1-\xi(\lambda,\mu^*,\omega,W)\}q - S(\lambda,\mu^*,\omega,W) - c = 0 \quad (8)$$

を満足するようなμ^*として定義できる．

(3) 市場均衡解

タクシーの最大待ち行列長が駐車容量Wによって制限され，乗客，タクシーの到着が駐車容量で規定されるような均衡を制限均衡と呼ぶ．このとき，乗客，タクシーの均衡到着率は式(6)，(8)より

$$\lambda^* = \sigma\{1-F(T(\lambda^*,\mu,\omega,W))\} \quad (9)$$
$$\{1-\xi(\lambda,\mu^*,\omega,W)\}q - S(\lambda,\mu^*,\omega,W) - c = 0 \quad (10)$$

を満足するようなナッシュ均衡解(λ^*,μ^*)として定義できる．

スポット市場の特性を分析するために数値計算を行った．パラメーターは$\sigma=2, q=7, c=5$とし，乗客の確率効用vは区間$[0,10]$で一様分布に従って分布しているとする．いま，あるλに対して式(10)を満足するようなμの値を$\mu^*(\lambda)$とし，式(9)の両辺をそれぞれ$y=\lambda, y=\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),\omega,W))$という2つのグラフで表現し，それぞ

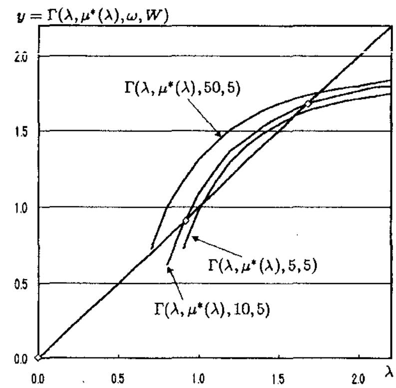

図2 サービス率と市場均衡の関係

れの駐車容量W，サービス率ωについて制限均衡が成立している領域のみを図1,2に示している．

図1,2において原点(0,0)と$y=\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),\omega,W))$が45度線($y=\lambda$)と上方から交差する点が安定均衡解となる．(0,0)は乗客，タクシーが市場に参加するインセンティブを持たないために市場が成立しない状態を表している．

図1において$\omega=10, W=5$のとき初期時点で乗客の到着率がλ_A以下の場合には市場薄の外部不経済性が働き，市場は消滅する．初期到着率がλ_A以上のときは市場厚の外部経済性が働き，乗客の長期的な均衡到着率はλ_Bとなる．すなわちスポット市場が成立するためにはある程度の乗客の到着が必要となる．スポット市場が成立している場合を考える．$W=3$のとき乗客の均衡到着率は最大となるが，駐車台数の増加がタクシーの待ち時間の増加を引き起こし，結果としてタクシーの到着が減少するために，以下，Wの増加に従って乗客の均衡到着率は減少している．スポット市場には市場厚の外部経済性と混雑による外部不経済が働くため，駐車容量の増加が必ずしも乗客，タクシーの到着率の増加をもたらすとは限らず，乗客，タクシーにとって最適な駐車容量が存在する．図2においてサービス率ωの増加に伴い乗客の均衡到着率は増加している．サービス率の改善が市場の混雑の影響を軽減し，乗客，タクシーの到着の増加をもたらしている．

4. おわりに

本研究では，乗客とタクシーが互いにマッチングされサービス取引を行うようなタクシー・スポット市場の構造が市場厚(薄)の外部経済性と同時に混雑による外部不経済によって決定され，駐車容量の制限，サービス率の改善により混雑による外部不経済の影響を軽減できることを示した．