

神戸大学大学院自然科学研究科 学生員 ○正木 よし子
 神戸大学都市安全研究センター 正会員 川谷 健
 神戸大学都市安全研究センター 正会員 斎藤 雅彦

1. はじめに

臨海地帯水層では、海水の比重が淡水よりやや大きいために、内陸部から流下する淡水地下水の下に塩水がくさび状に侵入している。この塩水の侵入域は、地下水流量の多寡に応じて拡大・縮小するとともに、帯水層の地層構造によってさまざまな様相を呈する。複雑な地層構造をもつ帯水層内での塩水侵入の様相を把握する一つの手法として、浸透流の基礎式と移流分散方程式を連立させる数値解析が有効である。しかしながら、移流分散方程式の数値解は、Peclet数（移流項／分散項）が大きい場合に、しばしば不安定となる¹⁾。本研究では、風上有限要素法によって解の安定性を確保した数値シミュレーションを行い、層構造をもつ帯水層での塩水侵入の状況を調べた。

2. 浸透流の連続式と移流分散方程式

まず、密度変化に対応した飽和・不飽和浸透流の基礎式を以下に示す。

$$\frac{\rho}{\rho_0} \left(SsSw + n \frac{dSw}{dh} \right) \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot \left[K \cdot \left(\nabla h + \frac{\rho}{\rho_0} \nabla z \right) \right] \quad (1)$$

ここに、 K ：透水係数テンソル、 ρ ：濃度 C における水溶液の密度、 ρ_0 ：水の密度、 Ss ：比貯留量、 Sw ：飽和度、 n ：間隙率、 h ：圧力水頭、 z ：位置水頭、 t ：時間である。

次に移流分散方程式を示す。

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (\theta D \cdot \nabla C) - q \cdot \nabla C \quad (2)$$

ここに、 θ ：体積含水率、 C ：濃度、 D ：分散係数テンソル、 q ：Darcy流束ベクトルである。また分散係数テンソル D は、次式で与えられる。

$$\theta D = \alpha_T |q| \delta + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{qq}{|q|^2} + D_d \theta \delta$$

ここに、 α_L ：流れ方向の分散長、 α_T ：流れに垂直な方向の分散長、 D_d ：分子拡散係数、 δ ：クロネッカーのデルタテンソルである。

式(1)および式(2)の状態方程式を ρ_1 を塩水の密度として以下に示す。

$$\rho = \rho_0 + (\rho_1 - \rho_0) \cdot C$$

3. 解の安定性

本研究では、淡塩水境界となる遷移領域が狭い場合を解析対象とするので、微視的なスケールでの分散長をとることにした。しかしながら分散長が小さいと、移流項が分散項に比べて大きくなるため、数値解に振動が表れることがよく知られている。この不安定性を抑制するために、式(2)に風上有限要素法の一つの手法であるSUPG法（Streamline-Upwind / Petrov-Galerkin法）²⁾を適用し、有限要素定式化を行う。SUPG法は、 k_α を人工拡散係数として次式で示す重み関数を用いる。

$$W_n = N_n + \frac{k_\alpha}{|q|^2} q \cdot \nabla N_n$$

$$k_\alpha = \frac{|q| \Delta L}{2} F(\alpha) \quad , \quad F(\alpha) = \coth\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{2}{\alpha} \quad , \quad \alpha = \frac{|q| \Delta L}{\theta D_L}$$

ここで、 ΔL ：要素面積を対角線で割った長さ、 D_L ：流れ方向の分散係数である。

4. 数値解析

① 数値解の信頼性の評価

まず作成した有限要素解析プログラムの数値解の信頼性を検討する。このために、理論解には、次に示すGloverの放物線³⁾を用いた。

$$y^2 = \left(\frac{2Q}{K'}\right)x + \left(\frac{Q}{K'}\right)^2$$

ここで、 Q ：全流入量、 K' ：密度差で表される透水係数である。

解析領域は、 x 方向に160m、 z 方向に60mの大きさで、 $x=80\sim 160$ mは被圧帯水層である。境界条件は、上流側では、淡水の全流入量 $Q=1.0$ (m^3/day)である。下流側では、海底の静水圧および濃度 $C=1.0$ (無次元量)を設定した。塩水の比重は1.03、分散長は $\alpha_L=0.1$ (m)、 $\alpha_T=0.02$ (m)、分子拡散係数 $D_d=1.0\times 10^{-9}$ (m^2/sec)とした。

図-1に解析結果を示す。数値解を実線で、濃度 $C=0.1$ と $C=0.9$ の分布について示した。白丸「○」はGloverの放物線を示す。

遷移領域の中にGloverの放物線が位置しているのがわかる。このことから、数値解が妥当であると判断できる。また、小さい分散長を与えたにも関わらず、安定解が得られたことから、SUPG法は有効であるといえる。

② 層構造をもつ帯水層における塩水侵入

次に、難透水層が存在する層構造の帯水層についての数値シミュレーションを行った。Case-1では、難透水層を40mの位置に、case-2では、10mと40mの位置に設定した。解析領域は、 x 方向に100m、 z 方向に60mとした。境界条件は、上・下流ともに静水圧分布とし、上流側の水深を55m、下流側を52mとした。また、下流境界の濃度は、 $C=1.0$ とした。

図-2にcase-1の、図-3にcase-2の解析結果を示す。ここでは、濃度 $C=0.8$ の分布をそれぞれ実線で示した。また、点線は均質（難透水層が存在しない）な場合の地盤の解析結果を示す。

図-2では、塩水侵入域が均質地盤の場合より押し下げられた。これは、難透水層によって、淡水の流出口付近で鉛直上向きの流れが抑制されるためである。また、図-3より、層の数が増えるほど鉛直上向き流れの抑制効果が大きくなり、塩水侵入域が小さくなるのがわかる。

5. おわりに

これらの結果より、SUPG法に基づくこの手法が、複雑な地層構造で生じる塩水侵入現象を数値シミュレーションするのに有効であることがわかった。また、地層構造が塩水の侵入域に大きな影響を与えることもわかった。この手法は、取水や流況の変化による塩水侵入の様相の変化を把握するのに極めて有効であると考えられる。

参考文献

- 1) 川谷健，小林俊一，金東錫：地下水流における物質分散現象の数値解法について，建設工学研究所第23号，pp.197-214，1981.
- 2) 平野皓正：有限要素法による流れのシミュレーション，欧文印刷株式会社，pp.99-109，1998.11.
- 3) Jacob Bear: *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American elsevier publishing company, pp.547-553, 1967.

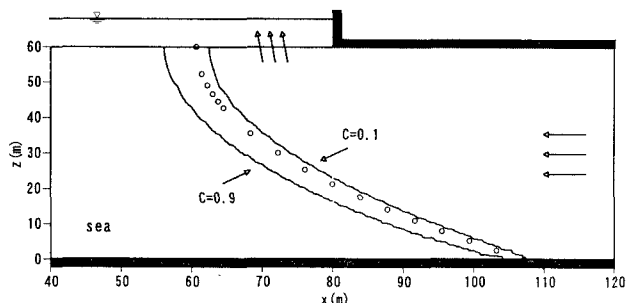


図-1 数値解とGloverの放物線

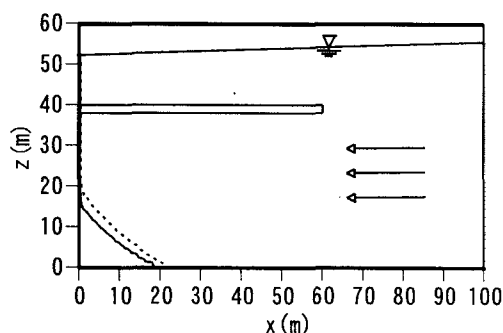


図-2 層構造をもつ帯水層での塩水侵入 (case-1)

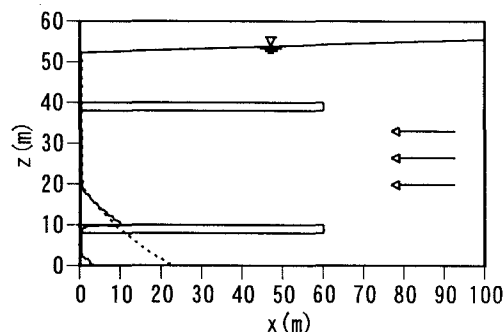


図-3 層構造をもつ帯水層での塩水侵入 (case-2)