

京都大学大学院 学生会員 ○ 源城 望
 京都大学大学院 正会員 小林俊一
 京都大学大学院 正会員 田村 武

1. はじめに

石油掘削リグなどに代表される多脚式海洋構造物の支持力問題の特徴の一つとして、波浪・潮流・流水などの繰返し組合せ荷重が継続的に作用することが挙げられる。一般に繰返し載荷の下では地盤の支持力は単調載荷時に比べ低下することが知られている。本研究では上記のような系の支持特性を評価する方法として、剛塑性シェイクダウン解析による評価法の開発を目的とする。本方法は時間領域で直接支配方程式を解くことなく系の支持力を評価できる特徴を有する。

ここでシェイクダウン [1] とは、繰返し載荷を受ける系がある載荷回数を超えると弾性挙動に落ち着き、塑性変形の進行が止まる現象を指す。つまりシェイクダウンが起こることは、繰返し載荷に対して系が安定であることを意味する。

2. 支持力評価法の定式化

本研究では解くべき問題として、繰返し組合せ荷重を受ける多基礎構造物を取り上げる。定式化に際して以下の仮定を設ける。

[A] 上部構造物は剛体とし、各基礎の変位は微小で無視できる。このため変形に伴う 2 次的な系の荷重分担率は無視できる。

[B] 各基礎の挙動を剛完全塑性と仮定し、さらにその降伏特性は荷重空間内の凸な閉曲面（マクロエレメント）で表される。

まず系に作用する外力 $F(t)$ と荷重 $Q(s, t)$ は釣合式

$$C^T Q(s, t) = F(t)$$

を満足する。ここに $s \in V$ は位置ベクトル、 t は時間を表す。

ここで、各基礎に分担される荷重を時間的に依存する成分 $Q^d(s, t)$ と、時間に依らずゼロ外力に釣り合う残留荷重成分 $Q^r(s)$ に分解すると、

$$C^T Q^d(s, t) = F(t), \quad C^T Q^r = 0$$

と表すことができ、 $F(t)$ より $Q^d(s, t)$ を決定することができる。その決定法は一意ではないが、ここでは一般逆行列 $(C^T)^{-}$ を用いて得られるノルム最小解を利用することにする [2]。これによってノルム最小荷重 $Q^d(s, t)$ は次式で表される。

$$Q^d(s, t) = (C^T)^{-} F(t)$$

次に系に作用する外力を定常な成分 F_s と非定常な成分 F_d に分ける。

$$F(s, t) = F_s(s) + \alpha F_d(s, t)$$

ここに α は荷重係数であり、この係数を最大化することにより限界荷重を評価する。

一般逆行列により基礎に作用する荷重成分 $Q_s^d(s), Q_d^d(s, t)$ が求まる。

$$C^T Q_s^d(s) = F_s(s), \quad C^T Q_d^d(s, t) = F_d(s, t)$$

このとき残留荷重 $Q^r(s) = Q_s^r + \alpha Q_d^r(s)$ は $C^T Q^r(s) = 0$ を満たす。

Melan の定理に基づく、系のシェイクダウン限界荷重を求めることは、以下の非線形最適化問題として定式化できる。ここに $f(Q)$ は降伏関数である。

Object function : $\max \alpha$

Subject to :

$$f(Q) = f(\alpha Q_d^d(s, t) + Q_s^d(s) + Q^r(s)) \leq 0$$

where

$$C^T Q^r(s) = 0, \quad C^T Q_d^d(s, t) = F_d(s)$$

ここで降伏関数として区分的線形の関数を導入し、降伏関数の外向き法線ベクトルを N^T 、降伏強度に相当する原点からの距離を h とすると、上記の非線形制約条件は以下の線形制約条件に書き換えられる。

$$\alpha N^T Q_d^d(s, t) + N^T Q_s^d(s) + N^T Q^r(s) \leq h$$

$$C^T Q^r(s) = 0, \quad C^T Q_d^d(s, t) = F_d(s, t),$$

$$C^T Q_s^d(s) = F_s(s)$$

さらに時間 t に依る項を消去するため、ベクトル $N^T Q_d^d(s, t)$ の各成分について時間 t が変動したときの最大値を取り、まとめて $m(s)$ で表す。上記の過程をふまえると、提案する評価法は最終的に以下の線形最適化問題に帰着する。

Object function : $\max \alpha$

Subject to :

$$f(Q) = \alpha m(s) + N^T Q_s^d(s) + N^T Q^r(s) - h \leq 0$$

$$C^T Q^r(s) = 0$$

where

$$m(s) = \max [N^T Q_d^d(s, t)]$$

$$C^T Q_d^d(s, t) = F_d(s, t), \quad C^T Q_s^d(s) = F_s(s)$$

3. 解析結果

本研究では Fig. 1 の 3 脚式の 3 次元構造物を対象とし、系のシェイクダウン限界荷重及び終局限界荷重を評価する。上部構造物は十分に剛な長さ ℓ の部材から構成され、節点 D が剛結、残りの節点 $A \sim C$ はユニバーサルジョイントによる結合であると仮定する。ここでシェイクダウン (SD) 限界荷重とは繰返し载荷に対してシェイクダウン状態を示す最も大きい荷重を指し、終局限界荷重とは単調载荷に対して構造物が崩壊する荷重のことを指す。

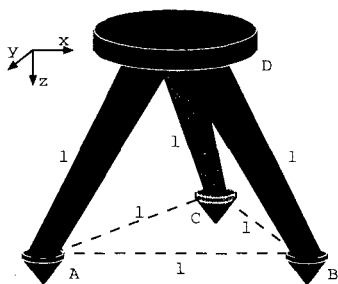


Fig. 1: 対象とする構造物

各基礎の強度特性としては Houslsby らの実験式 [2] を 3 次元的な载荷条件へ拡張した以下の式を援用する。さらに区分的線形化を行い、解析ではもとの曲面に内接する 12 面体を用いる。その概形を Fig. 2 に示す。ここに添字 m はそれぞれの荷重の極限支持力を表す。本研究では $V_m = 20$ 、 $H_m = 40$ とした。また载荷条件として Fig. 3 に示す荷重経路を用いた。この経路は鉛直荷重として一定の自重が作用した下で、波圧力などの変動荷重が水平荷重として作用することに対応している。

$$(H_x/H_m)^2 + (H_y/H_m)^2 = 16(V/V_m)^2 \cdot (1 - V/V_m)^2$$

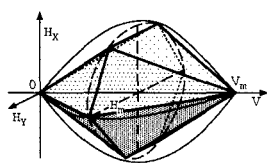


Fig. 2: 各基礎の降伏曲面

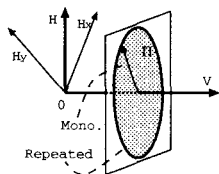


Fig. 3: 荷重経路

単調荷重に対する解析より、得られた系の終局限界荷重曲面を Fig. 4 に示す。一方、繰返し荷重に対する解析より、得られた系の SD 限界荷重曲面を Fig. 5 に示す。定式化の過程で基礎の降伏曲面を区分的線形化したため、解析結果でもやはり区分的線形な曲面が得られている。終局限界荷重と SD 限界荷重の比較を行った結果を Fig. 6 に示す。図中の角度 θ は Fig. 1 の xy 面において x から正の方向に測った角度であるが、全ての鉛直荷重レベル V において、SD 限界荷重は必ず終局限界荷重を下回ることが分かる。

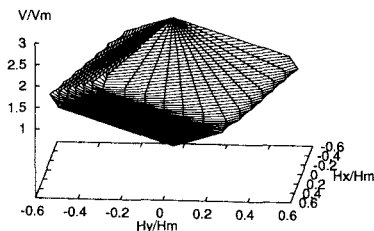


Fig. 4: 系の終局限界荷重曲面

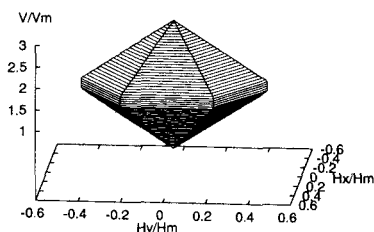


Fig. 5: 系の SD 限界荷重曲面

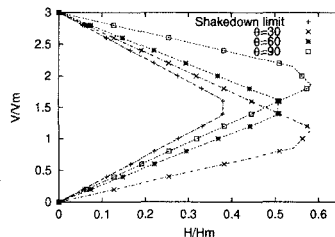


Fig. 6: 終局・SD 限界荷重の比較

4. まとめ

- 下界定理と Melan の定理に基づき 3 脚式剛構造物の終局・シェイクダウン限界荷重を評価することに成功した。
- 得られた結果は、シェイクダウン限界荷重面が終局限界荷重面よりも常に内側にあり、従来定性的に認識されていた事実と矛盾しない。
- 今後の課題としては既往の実験的結果などを参照して本解析の定量的な妥当性の検証を行う必要があると思われる。

5. 参考文献

- [1] 例えば Martin, J. B.: *Plasticity*, MIT Press, 1975. とか Maier, G.: *Shakedown Analysis, Engineering Plasticity by Mathematical Programming*, Chap. 6, Pergamon Press, 1979.
- [2] 半谷裕彦ら：形態解析，培風館，1991.
- [3] Houslsby, G. T. et al: Modelling of the behaviour of foundations of jack-up units on clay, *Predictive soil mechanics*, Thomas Telford, 1993.