

1. はじめに Swash zone の波動を Euler 座標で数値的に取り扱う場合は、非線形項の影響、移動境界の適用などに伴う誤差が生じる。Lagrange 型の方程式に摂動法を用いると、これらの問題点は回避できる。本研究では、Swash zone の3次元流体運動に対し Lagrange 座標で解析することを試みる。

2. Lagrange 座標による遡上波の表現 3次元波動場を Lagrange 座標で考える。粘性、底部摩擦は考慮しない。空間の関数を (x, y) 、鉛直上方に z 軸を取る。初期時刻 $t=t_0$ に (a, b, c) にある水粒子が、時刻 $t=t$ には (x, y, z) にくるとする。圧力を p とすると、連続式と運動方程式は、以下のようにあらわされる。

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(a, b, c)} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p, y, z)}{\partial(a, b, c)} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(x, p, z)}{\partial(a, b, c)} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(x, y, p)}{\partial(a, b, c)} \quad (4)$$

水平、鉛直方向の代表長をそれぞれ l, d とし、式(1)~(4)をこれらの量を用いて無次元化する。 (a, b, c) 、 (x, y, z) 及び p, t は、 $A=a/l, B=b/l, C=c/d, X=x/l, Y=y/l, Z=z/d, P=p/\rho g d, T=(gh)^{1/2}t/l$ となる。 $\delta (=d/l)$ を微小として、 X, Y, Z を初期値 A, B, C 周りに摂動展開する。

$$\begin{aligned} X &= A + \delta X_1(A, B, C, T) + \delta^2 X_2(A, B, C, T) + \dots \\ Y &= B + \delta Y_1(A, B, C, T) + \delta^2 Y_2(A, B, C, T) + \dots \\ Z &= C + \delta Z_1(A, B, C, T) + \delta^2 Z_2(A, B, C, T) + \dots \\ P &= P_0(A, B) + \delta P_1(A, B, C, T) \\ &\quad + \delta^2 P_2(A, B, C, T) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)を無次元化された式(1)~(4)に代入し、 δ の0次、1次 order をそれぞれ抽出する。

δ の0次 order

$$\frac{\partial P_0}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial P_0}{\partial B} = 0, \quad \frac{\partial P_0}{\partial C} + 1 = 0 \quad (6)$$

δ の1次 order

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1}{\partial A} + \frac{\partial Y_1}{\partial B} + \frac{\partial Z_1}{\partial C} &= 0, \quad \frac{\partial^2 X_1}{\partial T^2} = -\frac{\partial P_1}{\partial A} - \frac{\partial Z_1}{\partial A} \\ \frac{\partial^2 Y_1}{\partial T^2} &= -\frac{\partial P_1}{\partial B} - \frac{\partial Z_1}{\partial B}, \quad \frac{\partial P_1}{\partial C} - \left(\frac{\partial Y_1}{\partial B} + \frac{\partial X_1}{\partial A} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

水底を図-1 のようにとる。 $C=-IA$ によって斜面を表す。ここに、 $I (=l/d \tan \beta)$ 。

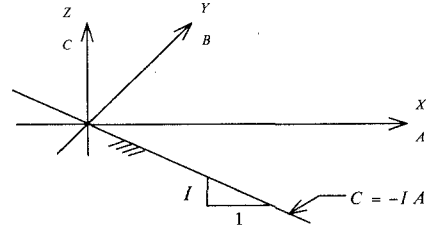


図-1 座標軸

境界条件としては、①自由水面では初期水面を形成していた粒子はつねに水面にあり($C=0; P_n=0$)、②水底では水底にあった粒子は水底を離れることはない($C=-H; Z_n=-IA$)とする。

1次近似解は、式(8)~(11)によって表される。

$$X_1 = \frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial \eta}{\partial A} \quad (8) \quad Y_1 = \frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial \eta}{\partial B} \quad (9)$$

$$Z_1 = -\frac{(C+IA)}{\sigma^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial A^2} \quad (10)$$

$$P_1 = \frac{C}{\sigma^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial A^2} \quad (11)$$

2次元及び3次元傾斜海岸において η は、それぞれ

$$\eta = \left\{ c_1 \text{Bessel}I \left(0, 2A \sqrt{\frac{\sigma^2}{I}} \right) + c_2 \text{Bessel}N \left(0, 2A \sqrt{\frac{\sigma^2}{I}} \right) \right\} \times e^{i\sigma T} \quad (12)$$

$$\eta = \left\{ c_3 \text{Hypergeometric}1F1 \left(\frac{1}{2} - \frac{m^2}{2n}, 1, 2An \right) \right.$$

$$\left. + c_4 \text{Hypergeometric}U \left(\frac{1}{2} - \frac{m^2}{2n}, 1, 2An \right) \right\} e^{-An}$$

$$\times (c_5 e^{inB} + c_6 e^{-inB}) e^{i\sigma T} \quad (13)$$

ここで、 $m^2 = \sigma^2 / l$ 。 n は沿岸方向の波数。 $c_1 \sim c_6$ は未定係数。 沖で η が無限大にならないための条件は、

$$m^2 = 2n \left(\frac{1}{2} + J \right) \quad (J = 1, 2, 3 \cdots) \tag{14}$$

水表面の変動は、 $Z|_{C=0}$ によって表され、 汀線の変動 $L(T)$ は、 $X|_{A=0}$ により与えられる。 c_7 は、 沖波波高によって決まる係数である。

$$L(T) = - \frac{2d}{lI} c_7 \cos nB \cos \sigma T \tag{15}$$

図-2 は、 重複波の表面波形を Euler 型、 Lagrange 型で比べたものである。 Lagrange 型では谷が平らになり、 峰が尖った波形となり、 1 次近似解でも、 非線形挙動を表すことができることがわかる。

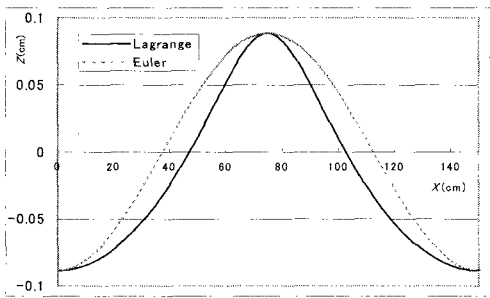


図-2 重複波の水面波形

3. 遡上実験 解析解によると、 3 次元傾斜海浜で沿岸方向に進行する波動の水粒子運動は楕円型である。 沿岸方向に重複する波動に対する水粒子運動は、 腹では岸沖方向のみの往復直線運動、 節では、 沿岸方向のみの往復直線運動、 腹と節の中間の位相では、 楕円型の運動をする。 このような水粒子の運動特性を実験によって検証する。

実験は、 傾斜海浜 ($\tan \beta = 1/3$) を設置した 3 次元水槽(図-3)内で行った。

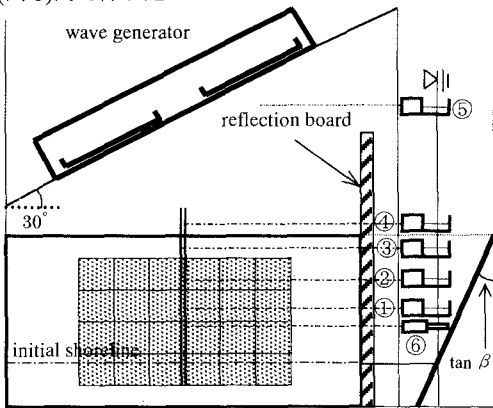


図-3 3次元実験水槽

波高計を図-4 の二重線に沿って設置し、 岸沖 4 点(①～④)の波高を計測した。 沖の波高計⑥により、 入射進行波高を調べた。 ⑤で岸沖流速、 沿岸流速を計測した。 汀線の変動はビデオで撮影した。 水粒子の変動を知るために、 トレーサーの移動を斜面上方からビデオ撮影した。

図-4 は、 沿岸方向の位相ごとの水粒子運動特性を示す。 腹では、 岸沖方向の水粒子運動が卓越し、 節では、 沿岸方向の水粒子運動が大きくなる。 沿岸方向の反射率を 1.0 とし、 岸沖、 沿岸方向の質量輸送を無視すれば、 水粒子運動は解析解に従う。

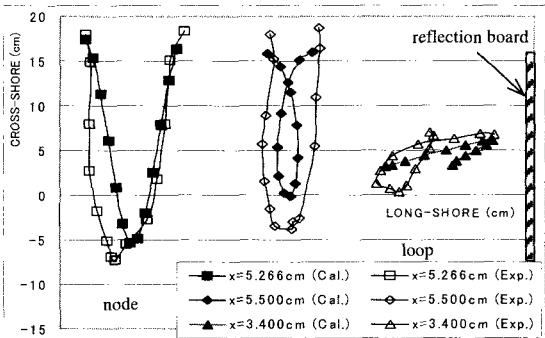


図-4 遡上帯での水粒子運動

4. Lagrange 解析の Swash zone への適用性 水粒子の岸沖方向の軌道振幅 A_x について、 実験値と計算値を代表波長 l で無次元表示して比較したものを、 図-5 に示す。 軌道振幅が大きい汀線付近では、 高次近似で表される非線形性の影響により実験値は解析解よりも大きくなる。

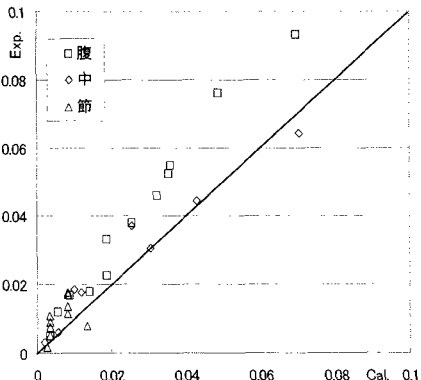


図-5 実験値と解析解の比較 (沿岸方向に重複する波動)

参考文献： 1) 首藤伸夫： 長波の打ち上げ高、 第 13 回海岸工学論文集、 pp.216-222、 1966。