

1. はじめに

タクシー・サービスの取引は、都市内に設けられたタクシー乗り場という局所的な市場（以下、スポット市場と呼ぶ）で発生する。このようなスポット市場ではタクシー・客の双方とも互いに需給関係に関して不完全な憶測に基づいて行動しなければならない。また両者が市場で出会う際には取引費用が生じる。このような二つの存在が原因となり金銭的な外部性が生じる。互いに需要と供給の増加を予想すればこのような予想は実際に需給を増加させ、そこに市場厚の外部性が働き予想は現実のものとなる。このようなポジティブなフィードバックが働く市場では複数の均衡解が生じる可能性が存在する。本研究ではタクシー・サービスが取引される市場均衡モデルを提案し、スポット市場の形成メカニズムについて分析する。

2. 二重待ち行列モデルの定式化

マッチング・スポット市場を二重待ち行列として表現する。タクシー利用者はある限られた地点（スポット市場）でタクシーに乗車すると考える。当該のスポット市場においてのみタクシーが利用可能であるとする。一度、タクシー乗り場に到着した客は、待ち行列から立ち去ることはない。一方、タクシーの待ち行列長の上限値 M ($M = 0, 1, 2, \dots$) は外生的に固定されており、待ち行列長が M の時に新規に到着したタクシーは市場から立ち去ると仮定する。客及びタクシーがそれぞれ単位時間当たり平均到着率 λ, μ でポワソン到着すると考える。

二重待ち行列モデルを解析することにより双方の期待待ち行列長 $E(n : \lambda, \mu, M), E(m : \lambda, \mu, M)$ 及び期待待ち時間 $T(\lambda, \mu, M), S(\lambda, \mu, M)$ は

$$E(n : \lambda, \mu, M) = \frac{\rho^{M+1}}{1 - \rho} \quad (1a)$$

$$E(m : \lambda, \mu, M) = M - \frac{\rho}{1 - \rho}(1 - \rho^M) \quad (1b)$$

$$T(\lambda, \mu, M) = E(n : \lambda, \mu, M) / \lambda \quad (2a)$$

$$S(\lambda, \mu, M) = E(m : \lambda, \mu, M) / \mu \quad (2b)$$

と表される。 $\rho = \lambda / \mu$ である。スポット市場において物理的容量制約がないとする。タクシーの期待利潤 $\Pi(m)$ は平均待ち時間 $W(m) = \frac{m}{\lambda}$ を用いて

$$\Pi(m) = q - \frac{m}{\lambda} \quad (3)$$

と表わせる。 q はサービス 1 単位当たりの時間単位で測定した期待利潤である。タクシーは当該のスポット市

場を訪問するために取引費用 c を負担する。タクシーが市場を訪問する誘因を持つためには $q \geq c$ でなければならない。客が到着率 λ で訪問するスポット市場において、自発的な期待利潤最大化行動によって規定される最大待ち行列長 $M(\lambda)$ （以下、自発的待ち行列長と呼ぶ）は、 $\Pi(m) \geq 0$ の条件より

$$M(\lambda) = [q\lambda] \quad (4)$$

と表せる。記号 $[\cdot]$ は $q\lambda$ を越えない最大の自然数を意味する。つぎに、スポット市場に容量制約がある (W) 場合、タクシーの待ち行列の最大長 $M^*(W, \lambda)$ は

$$M^*(W, \lambda) = \min\{W, M(\lambda)\} \quad (5)$$

で決定される。 $M(\lambda)$ は自発的待ち行列長である。

3. 客とタクシーの行動モデルの定式化

客の到着率 λ をひとまず与件と考えよう。待ち行列長の上限値 M が $M = W \leq M(\lambda)$ を満足する場合に着目する。市場参入を諦める場合利潤 $-c$ を得る。一方、待ち行列長が W 未満の場合には確率 $1 - \xi = \rho$ で市場参入し、期待利潤 $\Pi = q - S'(\lambda, \mu, W) - c$ を得る。利潤は時間単位で計測されている。 $S'(\lambda, \mu, W) = \frac{S(\lambda, \mu)}{\rho}$ はタクシーの待ち行列長の上限が W であり、かつ到着率 μ の場合のタクシーの平均待ち時間を表す。タクシーがスポット市場を訪問することにより得られる期待利潤 $E(\Pi, W)$ ($W = 0, 1, 2, \dots$) は

$$E(\Pi, W) = \rho q - S(\lambda, \mu, W) - c \quad (6)$$

と表せる。客の到着率 μ を与件とした時に、タクシーのスポット市場への長期的な到着率は

$$\frac{\lambda}{\mu^*} q - S(\lambda, \mu^*, W) - c = 0 \quad (7)$$

を満足するような μ^* として定義できる。ただし、 W は $M(\lambda) \geq W \geq 0$ を満足する自然数である。一方客がタクシーを利用して得られる効用を v 、待ち時間を t と表そう。客の効用関数を危険中立型効用関数

$$V = v - t \quad (8)$$

を用いて表現する。効用関数は時間単位で計測されている。客の平均待ち時間は式 (2a) より

$$T(\lambda, \mu, W) = \frac{\rho^W}{\mu(1 - \rho)} \quad (9)$$

と表される。タクシーを利用する期待効用は

$$EV = v - T(\lambda, \mu, W) \quad (10)$$

表－１ 市場均衡解の分類

均衡状態	制限均衡		自由参入均衡
市場の種類	流しの市場	スポット市場	スポット市場
	$W = 0$	$W < M(\lambda^*(W))$	$W = M(\lambda^*(W))$
成立条件	$\frac{1}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v}$ $q > c$	$\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v}$ $q > c$	$\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v}$ $q > c$

と表せる。客の確率効用項 v が区間 $[0, \bar{v}]$ 上で確率分布関数 $F(v)$ に従って分布していると考え、ここに、 $\bar{v}$ は顧客がタクシーを利用することによって得られる効用の上限値である。式(10)より、顧客の待ち時間の上限値 $\bar{T}(\lambda, \mu, W)$ は条件 $EV = 0$ より $\bar{T}(\lambda, \mu, W) = \bar{v}$ と表せる。式(9)より、スポット市場が成立するためには

$$\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v} \quad (11)$$

が成立しなければならない。潜在的顧客の総数を $\bar{H}$ とすれば、タクシーを利用する顧客数 h は

$$h = \bar{H}\{1 - F(T(\lambda, \mu, W))\} \quad (12)$$

で表される。各客のスポット市場への到着間隔が互いに独立な同一のポワソン分布（平均 $1/\nu$ ）に従うと仮定すれば、 h 人の顧客による平均到着率は $\lambda = h\nu$ と表せる。また、長期的均衡における客の到着率は

$$\lambda^* = \sigma\{1 - F(T(\lambda^*, \mu, W))\} \quad (13)$$

を満足するような λ^* に決定される。 $\sigma = \nu\bar{H}$ である。

以上の定式化をもとに表－１のように市場均衡解が求まる。ここに制限均衡(constrained equilibrium)とは客・タクシーの到着が駐車容量で規定される均衡であり、自由参入均衡(free entry equilibrium)は客・タクシーの自由な市場参入により実現する均衡である。

4. 市場均衡解

式(1a),(1b)より平均待ち行列長 $E(n : \lambda, \mu, M), E(m : \lambda, \mu, M)$ は平均到着率 λ に関してゼロ次同次関数であり、任意の $\mu > \lambda \geq 0$ と $\theta > 0$ に関して

$$E(n : \lambda, \mu, M) = E(n : \theta\lambda, \theta\mu, M) \quad (14a)$$

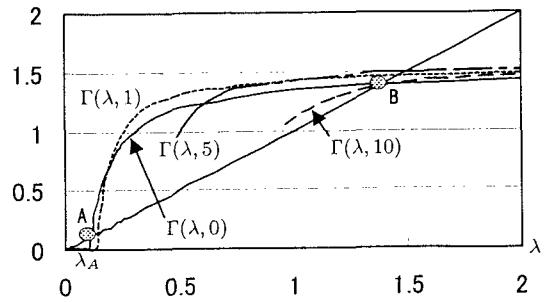
$$E(m : \lambda, \mu, M) = E(m : \theta\lambda, \theta\mu, M) \quad (14b)$$

が成立する。客とタクシーの平均到着率が共に θ 倍になっても待ち行列長は変化しない。一方、式(2a),(2b)より明らかのように、任意の $\mu > \lambda \geq 0$ と $\theta > 1$ に関して

$$T(\lambda, \mu, M) = \theta T(\theta\lambda, \theta\mu, M) \quad (15a)$$

$$S(\lambda, \mu, M) = \theta S(\theta\lambda, \theta\mu, M) \quad (15b)$$

が成立する。市場に参入する客・タクシーの数が多くなればなるほど、市場が効率化していくという取引厚の外部性が存在する。初期時点において客の到着率がある臨界的水準以下にとどまっている場合には、 $(\lambda, \mu) = (0, 0)$ というタクシーも客も到着しない均衡解に収束しスポット市場は消滅する。しかし到着率がある臨界的



図－１ 市場均衡のメカニズム

水準を超えた場合には、市場厚の外部経済性が機能しスポット市場均衡解に到達する。したがって、スポット市場としてのタクシー・ターミナルを整備する場合、初期時点においてある一定レベルの客の到着率を確保する施策を講じることが必要となる。また、駐車容量の増加が必ずしも客やタクシーの平均到着率の増加や期待待ち時間の減少につながるわけではない。特に、タクシーの客待ちによる混雑の外部性が金銭的外部経済性が卓越する場合、タクシーの客待ち行列長に規制を設けることが必要となる。

駐車容量 W の下での制限均衡解 $(\lambda^*(W), \mu^*(W))$ は

$$\lambda^* = \sigma \left\{ 1 - F \left(\frac{\rho^{*W}}{\mu(1-\rho^*)} \right) \right\} \quad (16a)$$

$$c = \rho^* q - \frac{1}{\mu^*} \left[W - \frac{\rho^*}{1-\rho^*} (1 - \rho^{*W}) \right] \quad (16b)$$

を満足するナッシュ均衡解 (λ^*, μ^*) として定義できる。数値計算により均衡解の特性を調べる。パラメータは $q = 10, c = 5, \sigma = 1$ とし、顧客の確率効用 v が一様分布 $[0, 10]$ に従って分布しているとする。いま、ある λ に対して式(16b)を満足するような μ の値を $\mu^*(\lambda)$ と表そう。この時、式(16a)の両辺をそれぞれ $y = \lambda, y = \Gamma(\lambda, W)$ という2つのグラフに表現することができる。図－１には異なる W に対応した関数 $\Gamma(\lambda, W)$ を併記している。ここでは成立条件を満足する領域においてのみ関数 $\Gamma(\lambda, W)$ を図示している。 $(\lambda, \mu) = (0, 0)$ は安定均衡解であり、各 $\Gamma(\lambda, W)$ が上方から45度線と交わる点 B がそれぞれの W の値に対応した安定均衡解となる。

5. おわりに

本研究では、タクシーと客が互いにマッチングされるスポット市場では、市場取引に伴う外部経済性が構造を決定することを指摘した。さらに互いに相手の供給増加あるいは需要増加を予想すれば、金銭的外部性を通じて実際に双方の需要・供給が増加するメカニズムについて分析した。