鉄道通勤交通における時差出勤の導入インセンティブに関する考察

京都大学大学院　学生会員　○田中　成興
京都大学大学院　正会員　小林　潔司
広島大学工学部　正会員　奥村　誠

1. はじめに

時差出勤施策は，交通混雑緩和のための有効な手段であるが，その一方で，関連企業との業務時間のずれが生じることによる業務効率の低下が懸念される．本研究では，企業の始業時刻設定行動を内生的に取り入れた通勤輸送市場の均衡モデルを用いて，時差出勤制導入に対する企業のインセンティブの分析を行う．

2. 時差出勤を考慮した都市モデルの定式化

本研究では，一つのベッドタウンと都心からなる都市を想定する．家計の総数を1に正規化する．家計は一般企業により定められた始業時刻を考慮しつつ自己の効用が最大になるように出発時刻を決定し，一つの鉄道企業に独占的に供給される通勤列車を用いて都心に通勤する．一般企業の生産活動には時間的集積の経済が働くと考える．企業は始業時刻を選択することにより，間接的に時間的集積の経済の効果を制御できる．企業の選択可能な始業時刻をT_a，T_bの２種類とする．一般企業として労働者管理企業を想定しており，企業は雇用者の厚生を最大にするように始業時刻を設定する．

(1) 家計の行動

家計（及び一般企業）を始業時刻T_k $(k=a,b)$により２つのタイプに分類する．以下，添え字kは家計のタイプを表す．タイプkの家計の総数をr_k $(r_a=r, r_b=1-r)$とする．家計の効用関数を次のように定義する．

$$W_k(Y_k,t_k,q_k)=Y_k-R-U_k(t_k)-V_k(q_k) \tag{1}$$
$$U_k(t_k)=s(t_k)^\eta+c(T_k-t_k)$$
$$V_k(q_k)=s(q_k)^\eta+c\{q_k-(T_k+H)\}$$

Y_k：家計所得，R：往復の鉄道運賃，t_k：出社時刻，q_k：退社時刻，U_k：出勤及に関わる部分不効用，V_k：帰宅に関わる部分不効用，$s(t_k)$：時刻t_kに都心に到着する列車の混雑度，$s(q_k)$：時刻q_kに都心を出発する列車の混雑度，$\eta\ (>1)$：通勤不効用の混雑度に対する弾力値，$c\ (>0)$：単位時間当たりのスケジュール費用，H：業務時間，である．各家計は自己の効用を最大にするように，出社時刻及び退社時刻を$t_k\le T_k$，$T_k+H\le q_k$の範囲で選択する．出社時刻分布と同様に退社時刻分布を導出できるので，当面の間，出勤時のみに着目して議論を進める．家計の効用最大化行動の結果，均衡状態では次の裁定条が成立する．

$$\left.\begin{array}{lll} U_k(t_k)=u_k & \text{if} & s(t_k)>0 \\ U_k(t_k)\le u_k & \text{if} & s(t_k)=0 \end{array}\right\} \tag{2}$$

従って，出社時間帯を通して$\dot{s}(t_k)=\frac{c}{\eta s(t_k)^{\eta-1}}$が成立する．$\underline{T}_k$をタイプ$k$の家計の最早出社時刻とすると，タイプ$b$の家計の出社時刻分布に関して，１）$\underline{T}_b\ge T_a$，２）$\underline{T}_b<T_a$の場合の２種類が存在する．１）は**3.(1)**でみるパターンＡとB，２）はパターンＣに相当する．２）の場合，両タイプの家計は同一の列車に乗車することとなり，区間$(\underline{T}_a,T_a)$において$s(t_a)=s(t_b)$が成立する．また，タイプbの家計の混雑度に関する裁定条件より，２）の場合には$s(T_a^-)=s(T_a^+)$が成立する．以下では，表記の簡便化のため時刻t_kの添字を省略する．

(2) 鉄道企業の行動

鉄道企業は公企業であり，rを所与として家計の総通勤不効用を最小にするように通勤輸送を行うものと考える．鉄道企業の瞬間的費用関数を輸送力$u(t)$に対する弾力値一定の関数と仮定し，輸送費用を$TC=\int_{\underline{T}_a}^{T_a^-}u(t)^\xi dt+\int_{T_a^+}^{T_b}u(t)^\xi dt$と定義すると，鉄道企業の行動は次のように記述される．

$$\max_{u(t)}\left[\begin{array}{l} -\{rs(T_a^-)^\eta+(1-r)s(T_b)^\eta\} \\ -\int_{\underline{T}_a}^{T_a^-}u(t)^\xi dt-\int_{T_a^+}^{T_b}u(t)^\xi dt \end{array}\right] \tag{3a}$$

$$\text{s.t.}\quad \dot{s}(t)=\frac{c}{\eta s(t)^{\eta-1}},\quad t\in(\underline{T}_a,T_a)\cup(T_a,T_b) \tag{3b}$$
$$\dot{M}(t)=s(t)u(t),\quad t\in(\underline{T}_a,T_a)\cup(T_a,T_b) \tag{3c}$$
$$s(T_a^-)\ge s(T_a^+),\qquad M(\underline{T}_a)=0 \tag{3d}$$
$$M(T_a^-)-M(T_a^+)=r,\qquad M(T_b)=1-r \tag{3e}$$
$$s(t)\ge 0,\quad u(t)\ge 0,\quad M(t)\ge 0 \tag{3f}$$

$M(t)$：時刻tに企業に出社していて業務を開始していない家計の累積数，である．

(3) 一般企業の行動

企業の投入資源は労働力のみであり，同質の生産技術を持つと仮定する．家計1人当たりの瞬間的な労働生産性を，その時刻に都市内で業務に従事している労働力$n(t)$に依存すると考えて，$n(t)^\alpha\alpha\ (1\ge\alpha\ge 0)$:時間的集積の経済性を表すパラメータ）と定義すれば，タイプkの企業の一日の生産量は$F_k(r)=r_k\int_{T_k}^{T_k+H}n(t)^\alpha dt$と記述できる．このとき，各家計が獲得する賃金所得は

$$Y_k(r)=H-(1-r_k^\alpha)\tau \tag{4}$$

となる．τ：始業時差（$=T_b-T_a$），である．一般企業は始業時刻設定行動によって時間的集積の経済の効果を現す項r_k^αを間接的に制御している．一般企業として労働者管理企業を想定しており，企業は雇用者（家計）の余剰が最大になるように始業時刻を設定する．

Shigeoki TANAKA, Kiyoshi KOBAYASHI, Makoto OKUMURA

3. 市場均衡解

(1) 通勤パターンの類型

r_kを固定して最適制御問題(3a)-(3f)を解くと，出社時刻分布に関して次のようなパターンが現れる．

パターンA：タイプa, bの家計の出社時刻が分離する場合　$\underline{T}_k$,U_kと，タイプkの家計の通勤時間帯における総輸送費用TC_kは次式のようになる．

$$\underline{T}_k = T_k - \tilde{T} r_k^{\rho}, \quad U_k = \zeta r_k^{\rho}, \quad TC_k = \gamma r_k^{\nu} \tag{5}$$

$\theta = \xi - 1$, $\iota = \frac{\eta\theta}{\eta\theta+\theta+1}$, $\rho = \frac{\iota\theta}{\iota+\theta}$, $\nu = \rho + 1$, $\tilde{T} = \frac{1}{c}(\frac{\iota}{\theta})^{-\frac{\iota}{\iota+\theta}}(\frac{c}{\iota})^{\rho}$, $\zeta = c\tilde{T}$, $\gamma = \frac{\iota\zeta}{\theta}$である．

パターンB：タイプaの出社の終了直後にタイプbの出社が始まる場合　タイプaの家計に対してはパターンAと同様である．タイプbについて次の式が得られる．

$$U_b = C_b^* + cT_b, \quad TC_b = \frac{\lambda_2^* r_b}{\xi} \tag{6}$$

$$C_b^* = \{C_b|\tfrac{\iota}{\theta}\{\tfrac{c(1-r)}{\iota}\}^{-\theta}\{(cT_b + C_b)^{\frac{1}{\iota}} - (cT_a + C_b)^{\frac{1}{\iota}}\}^{\xi}$$
$$= \{(cT_b + C_b)^{\frac{1}{\iota}-1} - (cT_a + C_b)^{\frac{1}{\iota}-1}\}\}$$

$$\lambda_2^* = \xi\{\tfrac{c(1-r)}{\iota}\}^{\theta}\{(cT_b + C_b^*)^{\frac{1}{\iota}} - (cT_a + C_b^*)^{\frac{1}{\iota}}\}^{-\theta}$$

パターンC:両タイプが混在して出社する時間帯が存在する場合

$$\underline{T} = T_b - \tilde{T}, \quad U_a = \zeta - c\tau, \quad U_b = \zeta, \quad TC_k = \gamma \tag{7}$$

各パターンの成立条件は，A：$1 > r > 1 - (\frac{\tau}{T})^{\frac{1}{\rho}}$，B：$1 - (\frac{\tau}{T})^{\frac{1}{\rho}} \geq r \geq r^{\circ}$，C：$r^{\circ} > r > 0$である．ただし，パターンBにおける最適な混雑度が$s(T_a^-) = s(T_a^+)$となる時の$r$を$r_s^{\circ}$，パターンBとCの社会的余剰を等しくする$r$を$r_{SW}^{\circ}$とすると，$r^{\circ} = \max\{r_s^{\circ}, r_{SW}^{\circ}\}$である．帰宅時についても同様の議論ができる．出勤時と帰宅時の組み合わによって往復の通勤効用と運賃が求められる．

(2) 市場均衡解のパターン

家計のタイプ間の厚生格差は$Y_k - U_k(r) - V(r)$ ($\equiv \Psi_k(r)$)の大小のみに依存するので，$\Psi_k(r)$の比較によって市場均衡のパターンを分析する．$\Psi_a(0) < \Psi_b(0)$ならば，$r = 0$は局所的に安定な均衡解となる．また，関数$\Psi_k(r)$の対称性より$r = 0.5$において$\Psi_a(r)$，$\Psi_b(r)$は必ず交差するので$r = 0.5$は均衡解の一つである．Ψ_aとΨ_bの交点$\hat{r}$において$\frac{d\Psi_a(\hat{r})}{dr} < \frac{d\Psi_b(\hat{r})}{dr}$が成り立つならば$\hat{r}$は安定均衡解，$\frac{d\Psi_a(\hat{r})}{dr} \geq \frac{d\Psi_b(\hat{r})}{dr}$ならば不安定解となる．これらをまとめると，次のような特性が示される．

$$\zeta < (1-c)\tau \tag{8}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\alpha\tau}{2^{\alpha-1}} < \frac{\zeta\rho}{2^{\rho-1}} - 2\frac{dC_b^*}{dr}|_{r=0.5} & \text{if} & (\frac{c\tau}{\zeta})^{\frac{1}{\rho}}, r^{\circ} < 0.5 \\ \frac{\alpha\tau}{2^{\alpha-1}} < \frac{\zeta\rho}{2^{\rho-2}} & \text{if} & (\frac{c\tau}{\zeta})^{\frac{1}{\rho}} \geq 0.5 \end{array}\right\} \tag{9}$$

特性1　条件(8)が成立する場合，一斉始業均衡は局所的に安定的な均衡解となる．

特性2　条件(9)が成立する場合，時差始業均衡($r = 0.5$)は安定均衡解となる．

特性3　条件(8)(9)が同時に成立する場合，一斉始業均衡と，時差始業均衡($r = 0.5$)は安定均衡解となる．

すなわちτが十分大きいとき一斉始業均衡が成り立ち，さらにαが十分小さいとき$r = \{0, 0.5, 1\}$の複数均衡が生じる．τとαが十分小さいとき時差始業均衡($r = 0.5$)のみが安定均衡解となる．なお，$r \in (0, 0.5)$でも解が存在する可能性はあるがここでは議論の対象外とする．

(3) 市場均衡解と社会的厚生

本モデルでは，社会的余剰は総消費者余剰に一致する．安定的な市場均衡解r^*における社会的余剰は$SW(r^*) = r^*\psi_a(r^*) + (1 - r^*)\psi_b(r^*)$と定義される．社会的余剰の極大化の必要条件は次式で表される．

$$SW(r^*)' \begin{cases} < 0 & r^* = 0\text{の時} \\ = 0 & r^* \in [0,1]\text{の時} \\ > 0 & r^* = 1\text{の時} \end{cases} \tag{10}$$

ただし，$'$はrによる微分を表す．$r = \{0, 1\}$で社会的余剰が極大となる条件は次式のようになる．

$$SW'(0) = \xi\rho + \gamma\nu - (\alpha + c + 1)\tau < 0 \tag{11}$$

$r = 0.5$では，$SW(r)$の対称性から条件(10)を必ず満たす．従って$r = 0.5$での社会的余剰の極大化条件は

$$SW''(0.5) = \Psi_b''(0.5) - 4\Psi_b'(0.5) - R''(0.5) < 0 \tag{12}$$

特性4 条件(11)が成立する場合，一斉始業均衡は社会的余剰を極大化する．条件(12)が成立する場合，時差始業均衡($r = 0.5$)は社会的余剰を極大化する．

次に$r = \{0, 1\}$と$r = 0.5$の社会的余剰を比較すると次のような特性が得られる．

特性5 $r = \{0, 0.5, 1\}$がともに安定均衡解である場合，表-1の条件が成立すれば，時差始業均衡解$r = 0.5$は一斉始業均衡解$r = \{0, 1\}$よりも効率的となる．

表-1　均衡解の社会的余剰の比較

Case	$SW(0.5) - SW(0) > 0$となる条件
$r^{\circ} \geq 0.5$	$(c - 1 + 0.5^{\alpha})\tau > 0$
$r^{\circ} < 0.5$ $(\frac{c\tau}{\zeta})^{\frac{1}{\rho}} < 0.5$	$2(\zeta + \gamma)(1 - 0.5^{\nu}) - \{C_b^*(0.5) + \frac{\lambda_b^*(0.5)}{\xi}\}$ $-(1 - 0.5^{\alpha})\tau > 0$
$(\frac{c\tau}{\zeta})^{\frac{1}{\rho}} \geq 0.5$	$2(\zeta + \gamma)(1 - 0.5^{\rho}) - (1 - 0.5^{\alpha})\tau > 0$

時差始業均衡が一斉始業均衡よりも効率的になるためには，α及びτが十分小さい値をとる必要がある．

4. まとめ

本研究によって，時差出勤施策を行った場合には一斉始業と時差始業の複数均衡解が存在し得ることが明らかとなった．一旦一斉始業均衡に落ち着いた場合には企業が時差出勤制を導入するインセンティブはなく，より社会的厚生の大きい時差始業均衡解が存在したとしてもそこでロックインされる．ここに，政府が何らかの手段を用いて時差出勤施策を推し進めることが正当化される．しかし，時差出勤均衡が必ずしも一斉始業均衡よりも効率的であるとは限らないことも明らかとなった．時差出勤制の導入には慎重な検討が必要である．